

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE
INSTITUTO DO NOROESTE FLUMINENSE DE EDUCAÇÃO SUPERIOR
MESTRADO EM ENSINO

RAFAELA MORAES CRUZ

***UMA PLETORA DE POLIEDROS: EXPLORANDO POLIEDROS REGULARES COM
A METODOLOGIA DA ENGENHARIA DIDÁTICA***

Santo Antônio de Pádua
2016

RAFAELA MORAES CRUZ

***UMA PLETORA DE POLIEDROS: EXPLORANDO POLIEDROS REGULARES COM
A METODOLOGIA DA ENGENHARIA DIDÁTICA***

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Federal Fluminense como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino.

Orientador:
Prof. Dr. Marcelo de Oliveira Dias

Santo Antônio de Pádua

2016

CATALOGAÇÃO NA FONTE UFF/SDC/BINF

C957 Cruz, Rafaela Moraes.

Uma pletora de poliedros: explorando poliedros regulares com a metodologia da engenharia didática / Rafaela Moraes Cruz. - 2017.

124 f. ; 30 cm.

Dissertação (Mestrado em Ensino) – Universidade Federal do Fluminense, Santo Antônio de Pádua, 2017.

1. Geometria – Estudo e ensino. 2. Tecnologia educacional. I. Título.

CDD 516.007

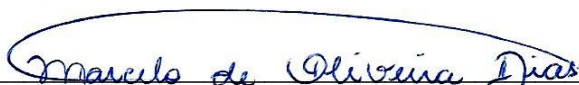
RAFAELA MORAES CRUZ

**UMA PLETORA DE POLIEDROS: EXPLORANDO POLIEDROS REGULARES COM
A METODOLOGIA DA ENGENHARIA DIDÁTICA**

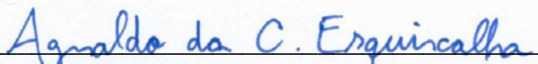
Dissertação apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Ensino da
Universidade Federal Fluminense como
requisito parcial à obtenção do título de
Mestre em Ensino.

Aprovada em 08 de dezembro de 2016.

BANCA EXAMINADORA



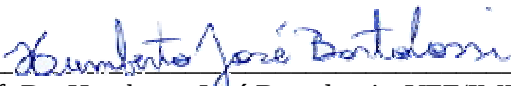
Prof. Dr. Marcelo de Oliveira Dias - UFF



Prof. Dr. Agnaldo Esquincalha - UERJ/FFP/DMAT



Prof^a. Dr. Flávia dos Santos Soares - UFF/FE



Prof. Dr. Humberto José Bortolossi - UFF/IME

Santo Antônio de Pádua
2016

DEDICATÓRIA

Dedico à minha mãe **Romilda**, por ter dedicado sua vida a mim.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, por ser luz a todo tempo e por me manter de pé em fé.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Marcelo de Oliveira Dias, pela fé que depositou em mim. Essa dissertação também é o resultado do seu trabalho. Muito obrigada!

À minha mãe Romilda Delatorre pelo apoio incondicional em minhas escolhas, por ter estado a todo tempo ao meu lado nesse percurso e por me amar tanto!

À minha irmã Renata Moraes pelas reflexões e esforço em me ajudar nesse caminho, minha carinhosa gratidão!

Agradeço ao meu namorado Theo Goulart pela paciência e incentivo na realização desse sonho, por manter o sorriso em meu rosto nos momentos difíceis e por ter me feito acreditar que era possível.

Agradeço aos demais professores do Instituto do Noroeste Fluminense de Educação Superior (Infes) da Universidade Federal Fluminense (UFF) por todos os ensinamentos.

À Comissão Avaliadora pela atenção dada ao trabalho e pelas sugestões valiosas.

Agradeço aos amigos da primeira turma do PPGE n por dividirem comigo as preocupações e dúvidas do caminho. Unidos chegamos até aqui!

Ao *Campus* Santo Antônio de Pádua do IFFluminense, na pessoa do Diretor Geral, Arthur Rezende, pela parceria para realização da pesquisa e pelo apoio financeiro para minha capacitação, como servidora da Instituição.

Aos estudantes das turmas C e D da 1ª série do Curso Técnico Integrado ao Ensino Médio, ingressantes no ano de 2016 no *Campus* Santo Antônio de Pádua, pela valiosa e sincera participação. Aprendi muito com vocês!

A todos que contribuíram, direta ou indiretamente, para a realização deste trabalho. Obrigada!

EPÍGRAFE

O cansaço físico, mesmo que suportado forçosamente, não prejudica o corpo, enquanto o conhecimento imposto à força não pode permanecer na alma por muito tempo.

Platão

RESUMO

A dissertação apresenta uma discussão acerca do ensino de Geometria com a utilização de recursos tecnológicos como instrumentos didáticos, fundamentada em orientações curriculares brasileiras para o Ensino Médio e para a Educação Profissional. Este trabalho visa analisar de que forma o *software* educacional *Uma Pletora de Poliedros* pode contribuir para a apropriação do conceito Poliedros Regulares. A experimentação da pesquisa foi realizada no Instituto Federal Fluminense *Campus* Santo Antônio de Pádua, com os alunos da 1ª série do Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio. A Engenharia Didática, desenvolvida por Artigue (1988), foi utilizada como metodologia de pesquisa, com descrição das reflexões da professora/pesquisadora nas quatro fases propostas por esta metodologia. Foram relatadas as atividades desenvolvidas para a experimentação de uma sessão de ensino que pudesse contribuir para a aprendizagem do conteúdo Poliedros Regulares. Para levantar o perfil dos estudantes e a opinião destes quanto ao uso do *software* na sessão de ensino, foram aplicados questionários, dos tipos fechado e aberto. Para análise deste último tipo, foi utilizada a Técnica de Análise de Conteúdo de Bardin. Concluindo, verificou-se que a visualização espacial, a exploração do *software*, as operações disponíveis nele e a dinamicidade do processo de ensino contribuíram para a compreensão dos conceitos estudados, tornando a aula mais produtiva em termos de construção do conhecimento. A investigação impulsionou uma discussão em torno do ensino e aprendizagem de Poliedros Regulares com o uso de tecnologia, trazendo possibilidades didáticas que podem contribuir para a apropriação de alguns conceitos de Geometria espacial.

Palavras-chaves: Geometria. *Pletora de Poliedros*. Engenharia Didática.

ABSTRACT

This master's dissertation presents a discussion upon the teaching of Geometry, using technological resources as didactic instruments, based on the Brazilian curriculum orientations to High School and Professional Education. This essay aims to analyse how the educational software A Plethora of Polyhedra may contribute for the appropriation of the concept Regular Polyhedra. The research experiment was applied to 1st grade students from *Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio* from *Instituto Federal Fluminense Campus Santo Antônio de Pádua*. The Didactical Engineering, developed by Artigue (1988), was used as method of research, including the description of the teacher/researcher's thoughts in the four stages proposed by the methodology. The developed activities for the experiment were reported for the trial of a teaching section that could contribute to the learning of Regular Polyhedra. In order to prospect for the students' profiles and their opinion on the use of the *software* in the teaching section, open and closed questionnaires were implemented. The Bardin's Technique of Content Analysis was used so as to analyse the open kind of questionnaire. To sum up, it was found that the spatial visualization, the exploration of the *software*, its available operations and the dynamicity of the teaching process contributed to the understanding of the studied concepts, allowing a more dynamic class when it comes to knowledge construction. The investigation promoted a discussion on the teaching and learning of Regular Polyhedra by the means of technology, presenting didactical possibilities that might feed the appropriation of some concepts on Spatial Geometry.

Keywords: Geometry. Plethora of Polyhedra. Didactical Engineering.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Listagem de pesquisas consultadas.	46
--	----

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - <i>Interface do software Uma Pletora de Poliedros.</i>	53
Figura 2 - Opções de Poliedros disponíveis no <i>software.</i>	54
Figura 3 – Molde de construção do Tetraedro Regular.	55
Figura 4 - Recursos da Aba Exibir.....	55
Figura 5 - Recursos da Aba Cortar.	56
Figura 6 - Recursos da Aba Montar.	57
Figura 7 - Recursos da Aba Modelar.	57
Figura 8 - Opções de Tutoriais.	58
Figura 9 - Processo de Truncamento do Dodecaedro.	59
Figura 10 - Processo de Dualidade: Octaedro e seu Dual Hexaedro.	60
Figura 11 - Mapa Conceitual da Engenharia Didática.	67
Figura 12 - Associação de Platão: Poliedros Regulares e os elementos da natureza.....	82
Figura 13 - Órbitas planetárias e os Poliedros Regulares.	83
Figura 14 - Microrganismo com sua estrutura no formato de um Poliedro Regular.	83
Figura 15 - Processo de truncamento do Icosaedro.	86
Figura 16 - Poliedros Regulares confeccionados pelos alunos.	87
Figura 17 - Exemplo de resolução da questão nº 1 da atividade aplicada na sessão de ensino.	88
Figura 18 - Exemplo de resolução da questão nº 6 da atividade aplicada na sessão de ensino.	89

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Nível de desempenho dos alunos da 3ª série do Ensino Médio das escolas do Rio de Janeiro.....	20
Gráfico 2 - Forma como os estudantes cursaram o Ensino Fundamental.	75
Gráfico 3 - Compreensão dos estudantes quanto aos conteúdos matemáticos ensinado na escola.....	76
Gráfico 4 - Atenção dos estudantes em sala de aula para aprendizagem de conteúdos matemáticos.	76
Gráfico 5 - Opinião dos alunos se a sessão de ensino foi dinâmica e interativa.	93
Gráfico 6 - Opinião dos alunos se o <i>software</i> foi importante para a aprendizagem do conteúdo.	94
Gráfico 7 - Opinião dos alunos sobre existência de dificuldade na aprendizagem pelo compartilhamento do <i>software</i> com outros colegas.....	95

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Resultados ANEB 2013 - Média de proficiência em Matemática dos estudantes da 3ª série do Ensino Médio do estado do Rio de Janeiro (RJ).....	19
Tabela 2 - Nomenclatura dos Poliedros Regulares e sua relação com o número de faces.	84
Tabela 3 - Análise de frequência de respostas dos alunos sobre a utilização do <i>software Uma Pletora de Poliedros</i> para o estudo de Poliedros Regulares.	91
Tabela 4 - Análise de frequência de respostas dos alunos sobre os recursos disponíveis no <i>software Uma Pletora de Poliedros</i>	92

LISTA DE SIGLAS

AC – Análise de Conteúdo
ANEB – Avaliação Nacional da Educação Básica
BNCC – Base Nacional Comum Curricular
CDME – Conteúdos Digitais em Matemática para o Ensino Médio
CEDERJ – Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro
CNE – Conselho Nacional de Educação
CNPQ – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
DCN – Diretrizes Curriculares Nacionais
ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio
EPT – Educação Profissional e Tecnológica
EPTNM – Educação Profissional Técnica de Nível Médio
IFF – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense
INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais
INFES – Instituto do Noroeste Fluminense de Educação Superior
IREM – Instituto de Investigação do Ensino de Matemática
LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC – Ministério da Educação
NCTM – National Council of Teachers of Mathematics
OCNEM – Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
PNLD – Programa Nacional do Livro Didático
PPGEM – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
PROFMAT – Programa de Pós-Graduação em Matemática Profissional em Rede Nacional
RJ – Rio de Janeiro
SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica
SARESP – Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
TIC – Tecnologias de Informação e Comunicação
UFA – Universidade Federal da Amazonas
UFERSA – Universidade Federal Rural do Semiárido
UFF – Universidade Federal Fluminense
UFG – Universidade Federal de Goiás
UFPB – Universidade Federal da Paraíba
UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UNESP – Universidade Estadual Paulista

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.2 JUSTIFICATIVA	17
1.2.1 O ensino de Matemática no Ensino Médio: resultados SAEB – ANEB	18
1.3 OBJETIVOS	23
1.3.1 Objetivo Geral	23
1.3.2 Objetivos Específicos	23
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO	24
2 REFERENCIAL TEÓRICO	25
3 REVISÃO DE LITERATURA	30
3.1 ABORDAGEM DE GEOMETRIA E TECNOLOGIA EM ALGUNS DOCUMENTOS OFICIAIS	30
3.2 PESQUISAS COM USO DE TECNOLOGIAS	46
4 METODOLOGIA	52
4.1 A <i>PLETORA DE POLIEDROS</i>	52
4.2 A ENGENHARIA DIDÁTICA	62
4.3 SUBSÍDIOS PARA ANÁLISE DE DADOS	68
5 PROCEDIMENTOS DA PESQUISA	70
5.1 ANÁLISES PRELIMINARES	70
5.2 CONCEPÇÃO E ANÁLISE <i>A PRIORI</i>	79
5.3 EXPERIMENTAÇÃO	81
5.4 ANÁLISE <i>A POSTERIORI</i> E VALIDAÇÃO	87
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	98
REFERÊNCIAS	103
APÊNDICES	110
APÊNDICE A – Material Complementar usado na sessão de ensino	110
APÊNDICE B – Questionário I: Perfil dos estudantes	119
APÊNDICE C – Atividade diagnóstica de Geometria	120
APÊNDICE D – Atividade de Poliedros Regulares	121
APÊNDICE E – Questionário II: Sobre a sequência didática	123
APÊNDICE F – Questionário III: Sobre a utilização da <i>Pletora de Poliedros</i> para o estudo de Poliedros Regulares	124

1 INTRODUÇÃO

O espaço das tecnologias¹ na educação tem sido cada vez mais reconhecido nas escolas, embora possam estar sendo pouco utilizadas em sala de aula, sem planejamento ou sofrendo com a resistência por parte de alguns professores que evitam sua exploração como recurso didático.

Deve-se considerar que a utilização e a abordagem adequada das ferramentas tecnológicas são fatores que podem provocar reflexões nas práticas pedagógicas, por favorecer métodos alternativos e percursos de ensino que podem ser potencializadores no processo educativo.

No ambiente escolar, a utilização de recursos tecnológicos possibilita uma adequação das metodologias, para uma promissora realidade do processo de ensino e aprendizagem. Esses recursos podem contribuir para aprendizagem de diversos conceitos, possibilitando interação e comunicação que favorecem o desenvolvimento da criatividade e reflexão crítica dos discentes, fortalecendo o processo de construção do conhecimento.

De modo a reformular a Educação e contribuir para sua potencialização, sugere-se ao educador a utilização de diversos meios tecnológicos para abordar diferentes conceitos a serem estudados. Segundo Kenski (2007, p. 45) a “escolha de determinado tipo de tecnologia altera profundamente a natureza do processo educacional e a comunicação entre os participantes”.

Na área de Educação Matemática, a utilização das tecnologias na escola é tema de discussão mundial. O *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) (Conselho Nacional de Professores de Matemática) defende o uso de ferramentas matemáticas – como objetos manipuláveis, compasso e modelos geométricos – e de tecnologia para o ensino de matemática, “para aprendizagem significativa desta disciplina, ferramentas e tecnologia devem ser consideradas como características essenciais da sala de aula” (NCTM, 2015, p. 78, tradução nossa).

Para o NCTM a tecnologia se configura em:

¹Neste trabalho, emprega-se o termo tecnologias para referenciar as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), dentre as quais se destacam os dispositivos móveis, computadores, calculadoras, vídeos, Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA), internet, *softwares/aplicativos*, redes sociais e outras que podem gerar novas formas de desenvolver a aprendizagem e construir o conhecimento.

um fato inevitável da vida no mundo em que vivemos e deve ser adotada como uma ferramenta poderosa para a matemática. O uso da tecnologia pode ajudar os alunos a visualizarem e compreenderem conceitos matemáticos importantes, apoiar o seu raciocínio matemático e sua capacidade de resolver problemas (NCTM, 2015, p. 82, tradução nossa).

Além de instrumentos como os dispositivos móveis, tablets, laptops e desktops, o NCTM aponta os *softwares* como ferramentas que podem auxiliar o estudo de conteúdos específicos ao afirmar que “o acesso a uma gama de aplicações de *software* poderia ajudar os alunos a explorar situações matemáticas particulares” (NCTM, 2015, p.79, tradução nossa).

No Brasil, o emprego da tecnologia tem sido recomendado nos documentos oficiais que balizam o currículo do Ensino Médio. O incentivo ao uso da tecnologia é notável para o ensino de diversos conteúdos, dentre eles, a Geometria Plana e Espacial. O estudo desses temas pode ser potencializado por meio de tecnologias, como por exemplo, pelo uso de *softwares* de Geometria Dinâmica, que segundo Almeida (2010, p.46) são

softwares interativos que permitem a criação e manipulação direta de figuras geométricas a partir de suas propriedades. Assim, vemos emergir uma maneira de ensinar e aprender geometria, a partir da exploração experimental que possibilita a passagem de uma figura à outra pelo deslocamento quase contínuo dos elementos, viável apenas em ambientes dinâmicos.

Dessa forma, a aprendizagem de conceitos matemáticos, muito deles complexos e abstratos, pode ser melhor viabilizada por meio da utilização de *softwares* educacionais matemáticos, estimulando nos discentes não somente a criatividade, mas também formas alternativas de representação visual por meio de atividades práticas. O uso desses recursos pode ser incentivado na formação inicial e continuada do docente, quando o professor ou licenciando observa que esses instrumentos podem se tornar um potencializador da aprendizagem de seus alunos.

A motivação para esta pesquisa ocorreu durante a graduação da pesquisadora (Licenciada em Matemática, pela Universidade Federal Fluminense (UFF) por meio do Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro (CEDERJ)) que, ao ter explorado o *software Uma Pletora de Poliedro* por meio da disciplina Informática no Ensino da Matemática, sob responsabilidade do Professor Humberto Bortolossi, constatou que o *software* poderia se configurar em uma ferramenta importante para o ensino de Poliedros Regulares, despertando o interesse em promover uma experimentação com embasamento teórico.

A *Pletora de Poliedros* trata-se de um *software* educacional gratuito de Geometria Dinâmica que pode ser utilizada para o estudo de Poliedros Regulares. Apresenta uma *interface* que permite interatividade direta do sujeito com o objeto de estudo, podendo provocar no usuário a curiosidade Matemática para a resolução de problemas em que o objeto de estudo é configurável.

Considera-se que a inserção das tecnologias na escola pode colaborar tanto como auxílio para a formação integral do ser humano, como para contribuir para a prática da educação emancipatória. Nesse sentido, um Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia² foi escolhido para realização do estudo, de modo específico o *Campus* Santo Antônio de Pádua do Instituto Federal Fluminense³ (IFFluminense), onde a pesquisadora exerce o cargo de Técnica em Assuntos Educacionais.

Dessa forma, a experiência pedagógica do uso do *software Uma Pletora de Poliedros* para o ensino de Poliedros Regulares no *Campus* Santo Antônio de Pádua permite verificar quais as contribuições desse *software* para o ensino de Geometria a alunos do Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio da Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica.

1.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Para o estudo da Geometria, devido às dificuldades que podem surgir na aprendizagem durante seu ensino, é recomendável a utilização de recursos didáticos que favoreçam a dinamicidade do processo de ensino, aumentando as possibilidades de uma aprendizagem significativa.

Corroborando, Resende e Mesquita (2013, p. 201) afirmam que “dificuldades no processo ensino-aprendizagem de Matemática existem e conforme relatadas na literatura devem ser sempre questionadas e analisadas objetivando sempre a otimização no processo”.

² Os Institutos Federais foram criados pela Lei nº 11.892 de 29 de dezembro de 2008. São definidos pelo Art. 2º da Lei de criação, como “instituições de educação superior, básica e profissional, pluricurriculares e multicampi, especializados na oferta de educação profissional e tecnológica nas diferentes modalidades de ensino, com base na conjugação de conhecimentos técnicos e tecnológicos com as suas práticas pedagógicas”. (BRASIL, 2008)

³ O *Campus* Santo Antônio de Pádua do IFFluminense foi criado na III fase de expansão dos Institutos Federais. Esta instituição de educação profissional conta com cursos relacionados aos Eixos Tecnológicos de Gestão e Negócios, Infraestrutura e Controle e Processos Industriais.

A inserção adequada e planejada da tecnologia no ensino pressupõe uma forma dinâmica de aprendizagem. Este uso pode fomentar novos rumos na abordagem de conteúdos em sala de aula, podendo promover melhorias na efetivação da aquisição do conhecimento por parte do educando e até mesmo favorecer transformações na visão do aluno em relação à Matemática.

O conteúdo Poliedros Regulares – que exige a mobilização de alguns conhecimentos geométricos, como Polígonos, Polígonos Regulares, Poliedros, Poliedros Convexos, vértices, arestas e faces – pode ter seu ensino potencializado com a utilização da tecnologia. Por meio dos recursos de visualização⁴ e movimentação do objeto de estudo, disponíveis em muitos *softwares* de Geometria Dinâmica, os estudantes podem ter suas dificuldades minimizadas, pois como destaca Veloso (1998) *apud* Lemos e Bairral (2010, p. 73)

realização de atividades manipuláveis ou visuais não garantem a aprendizagem. Para que efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental por parte do aluno. [...] o desenvolvimento da capacidade de visualização, em particular no espaço tridimensional, deve ser um dos primeiros objetivos do ensino de geometria. Essa capacidade necessita ser apoiada com diversos tipos de recursos didáticos e representações, pois cada um contribui diferentemente no processo de desenvolvimento conceitual.

Nessa perspectiva, surge a seguinte questão: De que forma o *software* educacional *Uma Pletora de Poliedros* pode contribuir para o desenvolvimento da aprendizagem dos Poliedros Regulares?

1.2 JUSTIFICATIVA

Serão apresentados no decorrer deste capítulo dados que ilustram o desempenho dos estudantes concluintes do Ensino Médio por meio de resultados de avaliação externa, aplicada nas escolas para fins de avaliação da educação básica e verificação da qualidade do ensino, com recorte para escolas localizadas no estado do Rio de Janeiro.

Os resultados obtidos evidenciam possíveis dificuldades que os estudantes brasileiros apresentam, ao fim da educação básica, na aprendizagem de conteúdos de Matemática, do qual fazem parte os geométricos.

⁴ A visualização trata-se de uma habilidade individual, onde cada indivíduo estabelece relações com base em suas percepções e imagens mentais construídas. É um processo em que o sujeito pode viajar entre a realidade e a imaginação, ou seja, entre o que se vê e o que se pensa. (Lemos e Bairral, 2010)

Assim, a partir da leitura dos dados, apresenta-se a possibilidade de inserção da tecnologia como recurso didático para o ensino de Matemática, especificamente o uso do *software* de Geometria Dinâmica *Uma Pletora de Poliedros*.

1.2.1 O ensino de Matemática no Ensino Médio: resultados SAEB – ANEB

Para a avaliação da educação brasileira, o Ministério da Educação (MEC), em 1990, instituiu o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB). Este sistema de avaliação conta com a Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB), que possui como objetivo avaliar a qualidade, equidade e eficiência da educação. O SAEB possui caráter amostral e é aplicado aos estudantes matriculados no 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e na 3ª série do Ensino Médio de escolas públicas e privadas.

A partir dos microdados⁵ da edição 2013 da ANEB, última edição com dados divulgados até a realização da presente pesquisa, fez-se um recorte dos dados que ilustram o desempenho dos estudantes da 3ª série do Ensino Médio de escolas privadas e públicas, da rede federal e estadual de ensino do estado do Rio de Janeiro. Esta esfera foi definida porque o *Campus* Santo Antônio de Pádua está localizado no estado supracitado.

A ANEB avalia o desempenho dos estudantes a partir de uma escala de proficiência⁶ que está relacionada tanto com as habilidades, como com as competências associadas à matriz de referência⁷ da avaliação. Complementando, Santos e Tolentino (2015, p. 321) esclarecem que:

As informações geradas a partir da realização do SAEB são expressas em uma nota numérica chamada de Média de Proficiência. Em seguida, essas Médias são agrupadas em níveis que, por sua vez, oferecem um panorama de quais habilidades matemáticas estão bem desenvolvidas ou ainda, as que precisam de maior atenção.

⁵ Referem-se aos dados obtidos nas edições das avaliações. Os microdados da ANEB do ano de 2013 visam possibilitar a gestores, pesquisadores, instituições e demais interessados na educação “a realização de diagnósticos, estudos e pesquisas que subsidiem o planejamento e a proposição de ações no nível das escolas e das redes, assim como a formulação e a avaliação de políticas públicas na área, visando contribuir com a melhoria da qualidade, equidade e eficiência da educação básica brasileira” (INEP, 2015)

⁶ Documento disponível nos microdados SAEB (ANEB/Prova Brasil). *Download* no endereço eletrônico do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP) <<http://portal.inep.gov.br/basica-levantamentos-acessar>>.

⁷ Documento disponível nos microdados SAEB (ANEB/Prova Brasil). *Download* no endereço eletrônico do Inep <<http://portal.inep.gov.br/basica-levantamentos-acessar>>.

A escala de proficiência, utilizada pela ANEB para análise do desempenho dos estudantes concluintes da educação básica na edição 2013, é dividida em 10 níveis, que se modificam a cada 25 pontos, a contar a partir de 225 pontos, que correspondem ao nível 1 da escala.

Dessa forma, o desempenho dos estudantes, segundo a escala de proficiência, pode variar entre o Nível 1 – 225 a 250 pontos; Nível 2 – 250 a 275 pontos; Nível 3 – 275 a 300 pontos; Nível 4 – 300 a 325 pontos; Nível 5 – 325 a 350 pontos; Nível 6 – 350 a 375 pontos; Nível 7 – 375 a 400 pontos; Nível 8 – 400 a 425 pontos; Nível 9 – 425 a 450 pontos; e o Nível 10 – 450 a 475 pontos, sabendo que o intervalo do nível inclui o primeiro ponto e exclui o último ponto (INEP, 2015).

A escala de proficiência de Matemática apresenta a descrição dos níveis de desempenho, na qual são explicitadas as competências esperadas para os estudantes da série avaliada. A descrição dos níveis segue as habilidades e competências definidas na matriz de referência da avaliação.

Compondo a matriz de referência da disciplina de Matemática têm-se as habilidades e competências distribuídas em descritores e agrupadas em temas: espaço e forma; grandezas e medidas; números e operações/álgebra e funções; e tratamento da informação. Segundo Santos e Tolentino (2015, p. 317), “os temas podem ser entendidos como um grande conjunto de habilidades relacionado aos conteúdos escolares, enquanto os descritores apresentam a habilidade que deverá ser desenvolvida durante a etapa de ensino”.

Tomando o recorte de análise dos resultados, apresentam-se, na tabela 1, as médias alcançadas pelos estudantes do estado do Rio de Janeiro, de escolas privadas e públicas da rede federal e estadual de educação referente à edição 2013 da avaliação.

Tabela 1 - Resultados ANEB 2013 - Média de proficiência em Matemática dos estudantes da 3ª série do Ensino Médio do estado do Rio de Janeiro (RJ).

Rede das escolas	Rio de Janeiro
Privada	316,88
Estadual	267,74
Federal	362,61

Fonte: INEP/MEC

A partir dos dados da tabela 1, o gráfico 1 apresenta os níveis de desempenho com respectiva correspondência da média alcançada pelos estudantes da 3ª série do Ensino Médio das escolas públicas e privadas do estado do Rio de Janeiro.

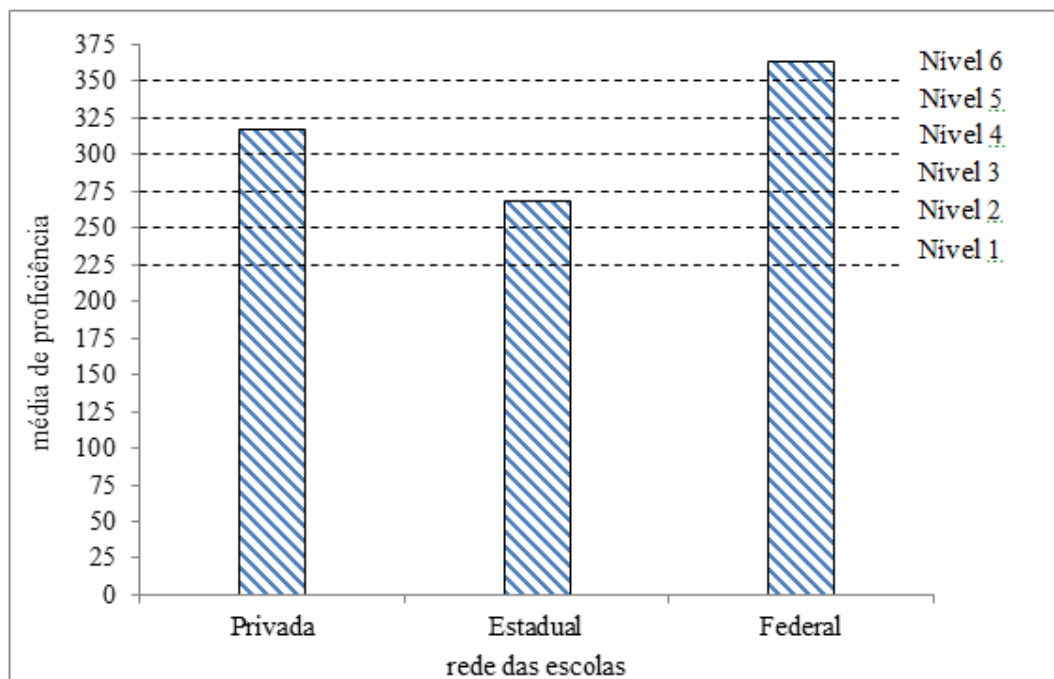


Gráfico 1 - Nível de desempenho dos alunos da 3ª série do Ensino Médio das escolas do Rio de Janeiro.

Fonte: INEP/MEC

Com a tabela 1 e o gráfico 1 apresentados, pode-se realizar uma interpretação dos dados relacionando a média de desempenho com as habilidades e competências esperadas para cada nível, inferindo conforme a escala de proficiência, as habilidades matemáticas que estão bem desenvolvidas nos estudantes do estado.

É importante ressaltar que, somente a análise da média e do nível não expressa toda informação em relação ao desempenho dos alunos, bem como sobre suas habilidades. É preciso analisar a descrição das competências correspondentes a cada nível, ou seja, uma interpretação pedagógica que subsidie modificações no processo de ensino (SANTOS e TOLENTINO, 2015, p. 318).

Diante dos resultados obtidos na avaliação e segundo a escala de proficiência para o Ensino Médio, identifica-se que as redes das escolas estão em diferentes níveis de desempenho. As escolas da rede estadual estão no nível 2, enquanto as escolas privadas estão

no nível 4, e as escolas da rede federal de ensino, presentes no estado do Rio de Janeiro, estão no nível 6 de desempenho.

Tais resultados nos permitem inferir não somente sobre possíveis fragilidades no ensino de Matemática, como também sobre possíveis obstáculos de ensino e aprendizagem enfrentados, em especial, pela rede estadual de ensino, fomentando assim a preocupação com o ensino para os alunos do Ensino Médio.

Ao observar as competências relacionadas aos níveis alcançados, pressupõe-se que as competências dos níveis anteriores já tenham sido desenvolvidas. Dessa forma, no segundo nível, os estudantes da rede estadual do Rio de Janeiro são capazes de:

reconhecer as coordenadas de pontos representados em um plano cartesiano localizados no primeiro quadrante; reconhecer os zeros de uma função dada graficamente; determinar o valor de uma função afim, dada sua lei de formação; determinar resultado utilizando o conceito de progressão aritmética e associar um gráfico de setores a dados percentuais apresentados textualmente ou em uma tabela (INEP, 2015).

No quarto nível, os estudantes da rede privada são capazes de:

resolver problemas envolvendo área de uma região composta por retângulos a partir de medidas fornecidas em texto e figura; reconhecer o gráfico de função a partir de valores fornecidos em um texto; determinar a lei de formação de uma função linear a partir de dados fornecidos em uma tabela; determinar a solução de um sistema de duas equações lineares; determinar um termo de progressão aritmética, dada sua forma geral; determinar a probabilidade da ocorrência de um evento simples; resolver problemas utilizando proporcionalidade direta ou inversa, cujos valores devem ser obtidos a partir de operações simples e resolver problemas de contagem usando princípio multiplicativo (INEP, 2015).

Já no sexto nível, os estudantes da rede federal de educação no estado do RJ são capazes de:

reconhecer as coordenadas de pontos representados em um plano cartesiano e localizados em quadrantes diferentes do primeiro; associar um sólido geométrico simples a uma planificação usual dada; resolver problemas envolvendo Teorema de Pitágoras, para calcular a medida da hipotenusa de um triângulo pitagórico, a partir de informações apresentadas textualmente e em uma figura; determinar a razão de semelhança entre as imagens de um mesmo objeto em escalas diferentes; determinar o volume de um paralelepípedo retângulo, dada sua representação espacial; determinar os zeros de uma função quadrática a partir de sua expressão algébrica; resolver problemas de porcentagem envolvendo números racionais não inteiros (INEP, 2015).

Ao observar os conteúdos, verificou-se que, na matriz de referência da edição 2013 da ANEB, a Geometria está inserida nos descritores do tema Espaço e Forma para a 3ª série do

Ensino Médio e contempla competências desenvolvidas na assimilação de conceitos relacionados aos Poliedros.

A Geometria e os Poliedros estão relacionados, na matriz de referência da ANEB, aos seguintes descritores: “D3 – relacionar diferentes poliedros [...] com suas planificações ou vistas; D4 – identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em problema” (INEP, 2015).

Na escala de proficiência, ambos os descritores D3 e D4 estão associados ao nível 8 de desempenho, podendo ser relacionados às competências de “associar um prisma a uma planificação usual dada e determinar a quantidade de faces, vértices e arestas de um poliedro por meio da relação de Euler” (INEP, 2015).

Por conseguinte, os resultados apresentados permitem inferir que as habilidades e competências de Matemática, dentre elas estão as relacionadas aos Poliedros, não foram alcançadas amplamente pelos estudantes do Rio de Janeiro (RJ).

Diante disso, fazem-se necessários estudos que contribuam para a discussão de melhorias no ensino de Matemática. Logo, um dos instrumentos que podem contribuir para a aprendizagem e consequente mudança do desempenho dos estudantes é a utilização de diferentes recursos didáticos para o ensino de Geometria.

O ensino da matemática não se pode fundamentar apenas nas teorias; há que criar novas práticas no decorrer do tempo e evoluir objetivamente na direção do conhecimento construtivo. Portanto o processo além de considerar as necessidades dos envolvidos deve também ser acompanhado para se sugerir alternativas de práticas e metodologias mais adequadas (RESENDE e MESQUITA, 2013, p. 203).

Nesta perspectiva, deve-se refletir em prol da implementação de alternativas didáticas que permitam superar ou minimizar as dificuldades encontradas tanto pelos docentes como pelos discentes na abordagem de Matemática. Como método que pode facilitar esta superação, tem-se a inserção de recursos tecnológicos em sala de aula, prática que pode auxiliar na construção do saber matemático.

Dessa maneira, esta dissertação propõe-se a verificar de que forma o *software* de Geometria Dinâmica *Uma Pletora de Poliedros* contribui para o ensino e aprendizagem de Poliedros Regulares, apropriando-se das recomendações da metodologia da Engenharia Didática, a partir de uma prática interativa e dinâmica, identificando suas contribuições para a superação de eventuais obstáculos tanto no ensino, quanto na assimilação de Geometria Espacial.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo Geral

Analisar de que forma o *software* educacional *Uma Pletora de Poliedros* pode contribuir para a apropriação do conceito de Poliedros Regulares por parte dos alunos da 1ª série do Curso Técnico Integrado ao Ensino Médio⁸ do *Campus* Santo Antônio de Pádua do IFFluminense.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Investigar trabalhos que utilizem a tecnologia para o ensino da Matemática e a abordagem de Geometria e a utilização de tecnologias no ensino, segundo os documentos oficiais norteadores do currículo brasileiro (PCNEM, OCENM, BNCC);
- Apresentar critérios, sugeridos por Silva (2009), de seleção e organização de conteúdos matemáticos para a formulação do currículo praticado;
- Analisar uma sequência didática que possui o *software Uma Pletora de Poliedros* como recurso;
- Avaliar a contribuição do *software*, enquanto recurso didático, para a aprendizagem do conteúdo Poliedros Regulares na percepção dos estudantes da primeira série do Curso Técnico Integrado ao Ensino Médio do IFFluminense *Campus* Santo Antônio de Pádua;
- Utilizar a Técnica de Análise de Conteúdo de Bardin para análise de conteúdo do discurso dos estudantes por meio de registro escrito;

⁸ Os alunos do *Campus* Santo Antônio de Pádua ingressam no Curso Técnico Integrado ao Ensino Médio no ciclo básico, de forma que a 1ª série do curso é destinada a estudos propedêuticos e vivências nos eixos tecnológicos dos cursos ofertados no *Campus*, quando, ao final da 1ª série, escolhem o eixo tecnológico em que vão concluir o curso. Por essa razão, nesta pesquisa não há a identificação do curso específico dos participantes, visto que estes se encontram no ciclo básico do Curso Técnico Integrado ao Ensino Médio.

- Analisar como os princípios da metodologia da Engenharia Didática podem auxiliar na construção dos conceitos, avaliação e reflexão a respeito da organização do trabalho docente.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho é estruturado em sete sessões, sendo a primeira dedicada a introdução, na qual a pesquisa é apresentada e são desenvolvidas as questões norteadoras, a justificativa, apresentando o baixo desempenho em Matemática dos estudantes em uma avaliação externa, e os objetivos da pesquisa, propondo a utilização de recursos tecnológicos no ensino de Geometria, especificamente, o *software Uma Pletora de Poliedros*.

A segunda sessão apresenta os referenciais teóricos que embasaram esta pesquisa, abordando autores que contribuíram significativamente com produção científica em torno das tecnologias no ensino de Matemática.

Uma discussão curricular acerca do ensino de Geometria no Ensino Médio e da tecnologia como apoio ao processo educacional é realizada na terceira sessão deste trabalho. Também é apresentada a Educação Profissional Técnica de Nível Médio e as recomendações para o uso de contextualização e interdisciplinaridade na promoção de uma educação integrada. Além disso, é realizado o levantamento de estudos que abordaram o uso de tecnologias no ensino de Matemática, como também o ensino de Poliedros Regulares.

As características do *software Uma Pletora de Poliedros* são apresentadas na quarta sessão deste trabalho, bem como a Engenharia Didática como metodologia da pesquisa e suas quatro fases de realização. Os subsídios teóricos para análise dos dados também são apresentados nessa sessão.

Na quinta sessão são discutidos os procedimentos da pesquisa, bem como os recursos e instrumentos utilizados neste estudo, a organização da sequência de ensino e, ainda, as atividades desenvolvidas.

As considerações finais são abordadas na sexta sessão, sendo apresentadas as conclusões das questões abordadas na pesquisa e as contribuições do presente trabalho para o ensino de Geometria.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

As tecnologias⁹ vêm sendo incorporadas ao processo de ensino por meio das práticas docentes e também indicadas por meio dos documentos oficiais do currículo brasileiro, que têm discutido como elas podem auxiliar o processo de ensino e aprendizagem.

Propostos como orientações e adotados pela rede municipal, estadual e federal de educação, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) tratam da relevância da utilização, pelos educandos, das tecnologias básicas de redação e informação, como os computadores para o desenvolvimento da capacidade de comunicação (BRASIL, 2000c, p. 12).

Além de poder trazer a dinamicidade para o processo educacional, em que o ensino e a aprendizagem se fazem a partir da atuação ativa dos sujeitos participantes do processo e da troca de experiências vividas, a tecnologia pode também contribuir para a familiarização do aluno na escola. Segundo Rosa (2004, p. 18), a “aprendizagem educacional¹⁰ acontece quando o processo de aprendizagem envolve diretamente as pessoas e valoriza a questão do trabalho colaborativo”.

Na escola, a utilização das tecnologias deve ser readequada de forma a contribuir para a potencialização do ensino e da aprendizagem dos conteúdos abordados na educação básica. Como direcionam os PCNEM (BRASIL, 2000b, p. 62), a informática pode atuar “como ferramenta para novas estratégias de aprendizagem, capaz de contribuir significativamente para o processo de construção do conhecimento, nas diversas áreas”.

A prática educativa em que o docente apodera-se da tecnologia é reforçada por Perrenoud (2000, p. 139) ao afirmar que:

as novas tecnologias podem reforçar a contribuição dos trabalhos pedagógicos e didáticos contemporâneos, pois permitem que sejam criadas situações de aprendizagem ricas, complexas, diversificadas, por meio de uma divisão de trabalho que não faz mais com que todo o investimento repouse sobre o professor, uma vez que tanto a informação quanto a dimensão interativa são assumidas pelos produtores dos instrumentos.

⁹ Os PCNEM (2000a) empregam o termo “tecnologias” para referenciar às Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), dentre as quais cita a informática, televisão, rádio entre outras.

¹⁰ A aprendizagem educacional se trata de uma situação pedagógica e não apenas de uma situação tecnicamente operativa. Severino (2001 *apud* Rosa, 2004).

Borba e Penteado (2012, p. 88) direcionam o trabalho docente para “propostas pedagógicas que enfatizem a experimentação, visualização, simulação, comunicação eletrônica e problemas abertos” e contribuem para a reflexão sobre as práticas de ensino que utilizam as tecnologias, como o computador, somente para exemplificar as aulas expositivas. Rosa (2004, p.55) corrobora com esta discussão e afirma que:

Essa proposta de utilização da informática, com simples exemplificações, não implica na ocorrência de construção de conhecimento, mas representa uma maneira diferente de expor um exemplo, talvez pela forma dinâmica que o computador oferece. Entretanto, tal prática necessita de cuidados, para que professores não façam uma má interpretação do uso da TIC's em sala de aula, de maneira que essa utilização se resuma em exemplificações. Também, para que não seja encarada como a única maneira de uso e inserção do computador em ambientes educacionais.

Nesse sentido, estimula-se a discussão em torno da adequação das mídias¹¹ usadas no ensino de Matemática, de forma que a informática seja aliada para a transformação da prática educativa, podendo o computador, a título de exemplo, estar presente em atividades essenciais, como entender gráficos e desenvolver noções espaciais.

Borba e Penteado (2012) explicam que o professor deve avaliar o que se quer enfatizar com alunos e qual mídia poderá atender adequadamente o propósito de ensino. Ademais, os autores afirmam que:

quando decidimos que a tecnologia informática vai ser incorporada em nossas práticas, temos que, necessariamente, rever a relevância da utilização de tudo o mais que se encontra disponível. Certamente, ao fazermos nossas opções, corremos o risco de deixar de lado certas coisas que julgávamos importante. Mas, aqui, novamente, é preciso considerar qual é o objetivo da atividade que queremos realizar e saber se ela não pode ser desenvolvida com maior qualidade pelo uso, por exemplo, de um *software* específico. Não significa que vamos abandonar as outras mídias, mas temos que refletir sobre sua adequação (BORBA e PENTEADO, 2012, p. 64).

Assim, defende-se que a tecnologia em sala de aula não deve ter caráter mero de modernização da prática docente, porém deve ser vista como um recurso que respalda efetivamente o ensino de Matemática. Nesse sentido, Kenski (2007) defende que o professor precisa adotar a tecnologia a favor da aprendizagem do estudante, para que ela possa fazer diferença no processo educacional, usando-a corretamente e de modo pedagógico.

¹¹ Borba e Penteado (2012) afirmam que na produção do conhecimento sempre há mídias envolvidas. Os autores exemplificam essas mídias como sendo a oralidade, o lápis e papel e a informática. Refletem sobre a dependência causada pelo uso intensivo da mídia “lápis e papel” na produção do conhecimento ao apontar que há críticas sobre o uso do computador e a dependência que pode gerar no estudante.

Nesse viés, os *softwares* de Geometria Dinâmica podem contribuir para o ensino de múltiplos conteúdos de Geometria. Para a escolha do *software* o professor deve considerar a abordagem que seus recursos possibilitam para cada conteúdo específico, como indicam as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (OCNEM):

no uso de tecnologia para o aprendizado da Matemática, a escolha de um programa¹² torna-se um fator que determina a qualidade do aprendizado. É com a utilização de programas que oferecem recursos para a exploração de conceitos e ideias matemáticas que está se fazendo um interessante uso de tecnologia para o ensino da Matemática (BRASIL, 2006, p. 89-90).

Figueiredo (2010) defende a Geometria Dinâmica devido à vivência espontânea que ela permite na exploração do objeto, pois essa pode ser realizada a partir da interação do aluno com o *software*, bem como a partir do uso dos recursos disponíveis para interagir e configurar os objetos geométricos. O autor afirma que:

Há, na experiência da geometria dinâmica, um conjunto vasto de sentidos de percepção visuais atuando simultaneamente: os sentidos de formas, de sobreposição, de paralelismo, etc., além dos significados, isto é, sentidos semióticos, como as convenções da simbologia gráfica da geometria. Muitos desses também estão presentes em atividades seculares do estudo de geometria euclidiana, realizadas desenhando-se em papel. O que torna a experiência informática diferente é um sentido de percepção que [...] é quase exclusivo dela (FIGUEIREDO, 2010, p. 94-95).

A Geometria requer meios que potencializem a construção visual dos conceitos estudados. Além de usufruir da construção da imagem mental dos objetos, as visualizações gráficas que os *softwares* de Geometria Dinâmica oferecem podem auxiliar no entendimento das definições e, por consequência, no desenvolvimento da aprendizagem.

Segundo os autores Lemos e Bairral (2010, p. 74):

A visualização tem uma importância vital no processo de construção do conhecimento geométrico (Van Hiele, 1986). A representação mental dos objetos geométricos, a análise e a organização formal das propriedades geométricas relativas a um conceito geométrico são passos preparatórios para o entendimento da formalização de um conceito.

Assim, a compreensão dos conceitos estudados acontece a partir da interação direta com o objeto de estudo, dando ao aluno a oportunidade de ver e rever a seu tempo as representações do objeto. Nesse sentido, Lima (2010, p. 27) afirma que:

¹² As OCNEM (2006) tratam os programas de computador (*softwares*) como “programas de expressão”. O documento aponta que uma coletânea desses programas está disponível no site Educação Matemática e Tecnologia Informática, no endereço eletrônico <<http://www.edumatec.mat.ufrgs.br>>.

[...] a visualização pode ser considerada como um processo ou uma habilidade, mas, de qualquer modo, vê-se nas definições que a visualização é considerada necessária para a aprendizagem matemática. [...] a visualização também é um processo mental, em que interpreta-se um problema, ou uma expressão algébrica, através de imagens mentais ou esboços, ou seja, é uma capacidade que deve ser desenvolvida. Nesse sentido visualizar não é apenas o ato de ver, mas sim de imaginar e interpretar os objetos matemáticos. A construção de imagens mentais (visualização interna) só se torna possível a partir das experiências externas.

Dessa forma, a tecnologia a ser adotada no processo educacional deve ir ao encontro dos objetivos de ensino do conteúdo e da proposta escolar, observando tanto os recursos que o *software* dispõe quanto a necessidade que requer determinado conceito para ser estudado.

Portanto, para que o recurso tecnológico possa ser considerado como material de apoio pedagógico-didático, deve-se atentar para a potencialidade de seu uso no processo de ensino de forma a contribuir para a construção do conhecimento matemático.

A escolha adequada do recurso tecnológico pode potencializar a aprendizagem do aluno e está nas mãos dos mediadores do processo educacional. São os professores que definem, em seus planejamentos, os recursos a serem adotados em suas práticas, considerando para isso os objetivos a serem alcançados no ensino de determinados conteúdos do currículo.

Isto posto, com a elaboração do currículo escolar é possível pensar na adequação do conteúdo e do instrumento didático. Nesse viés, Silva (2009) adota oito R's como critérios para seleção de conteúdos na formulação do currículo de Matemática, os quais são: Riqueza, Recursão, Relações, Rigor, Reflexão, Realidade, Responsabilidade e Ressignificação. Esses critérios podem contribuir para a análise da abordagem dos conteúdos matemáticos em sala de aula.

Na elaboração do currículo, com as escolhas dos conteúdos e dos recursos didáticos, podem surgir algumas inseguranças na utilização das tecnologias no ensino, visto que elas podem acarretar algumas mudanças na sala de aula. Essas mudanças podem gerar desconfortos para os professores que se lançam a adotar esses recursos em suas aulas, interferindo assim, no desafio de utilizar recursos tecnológicos para potencializar seus métodos de ensino.

Borba e Penteado (2012) corroboram com esta visão e descrevem a existência de uma zona de risco, na qual a utilização da tecnologia no ensino altera a dinâmica da sala de aula, tirando do professor o controle e previsão dos acontecimentos devido a maior probabilidade de ocorrer imprevistos durante a aula.

Contudo, o professor pode considerar a zona de risco ao preparar suas aulas, sendo possível minimizar, ou até mesmo evitar, acontecimentos inesperados. Sabe-se que, mesmo com um bom planejamento de aula, em qualquer situação pedagógica pode haver imprevistos quanto às indagações dos alunos a respeito do assunto. Lemos e Bairral (2010, p. 27) corroboram ao afirmar que:

Na educação matemática, o professor necessita de diferentes materiais para ajudá-lo na criação de situações pedagógicas desafiadoras e, também, para auxiliá-lo no equacionamento de situações previstas em seu planejamento, mas imprevistas na prática devido aos questionamentos dos alunos durante as aulas.

Esse desconforto, provocado pela zona de risco, pode levar por vezes o professor a ver a tecnologia como um problema a mais em sua prática, em vez de considerá-la como desencadeadora de novas possibilidades para seu desenvolvimento profissional. Miskulin (2014, p. 1313) afirma que:

os educadores, precisam estar abertos às novas formas do saber humano, novas maneiras de gerar e dominar o conhecimento, novas formas de produção e apropriação do conhecimento da prática docente, isto se não quiserem ficar estagnados em métodos de ensino e teorias de trabalhos obsoletos.

Logo, considera-se que práticas pedagógicas alternativas podem contribuir para aprendizagem efetiva. Na concepção de Borba e Penteado (2012, p. 66) identifica-se que “é difícil negar o potencial que uma zona de risco tem de provocar mudanças e impulsionar desenvolvimento”.

Assim, conhecer as tecnologias ainda durante a formação inicial e/ou continuada desses docentes pode levá-los a se envolverem com experiências que promovam pensamentos críticos e perspectivas em torno da tarefa de ensinar. Segundo Gouvea (2006, p. 37), “é importante a inserção do uso das TIC durante a formação acadêmica do licenciando, pois acreditamos que a atuação do futuro professor na sala de aula poderá ser alterada se ele utilizar outras ferramentas que podem promover a aprendizagem”. Assim, desenvolve-se, no docente ou licenciando, a autonomia sobre os conteúdos a serem ensinados e os recursos a serem usados para ensinar.

3 REVISÃO DE LITERATURA

A União, cumprindo a atribuição – delegada pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) – de estabelecer competências e diretrizes que norteiem os currículos do ensino médio, elabora documentos oficiais que conduzem a educação brasileira por meio de orientações para os profissionais da área.

Dentre estes documentos, estão os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (OCNEM) e a primeira versão do documento preliminar da Base Nacional Comum Curricular¹³ (BNCC) que abordam a Geometria e o uso de tecnologias no currículo.

Concomitante a estes documentos tem-se os estudos com foco na utilização de tecnologias no ensino de Matemática. Pesquisas têm sido realizadas para analisar esta prática de ensino, que pode proporcionar uma melhor abordagem para a aprendizagem de temas mais abstratos, podendo ser simplificados por meio da utilização de recursos que contribuem para dinamizar o processo de construção do conhecimento.

Dessa forma, neste capítulo serão abordados os documentos brasileiros que orientam o ensino de Geometria e tecnologias no currículo de Matemática, bem como as pesquisas na área de ensino de Matemática com o uso de tecnologias.

3.1 ABORDAGEM DE GEOMETRIA E TECNOLOGIA EM ALGUNS DOCUMENTOS OFICIAIS

No panorama curricular brasileiro, considera-se que o currículo proposto para os estudantes de Ensino Médio, nível da educação básica que, segundo a LDB, tem como finalidade a preparação básica para o trabalho, a cidadania do educando e o aprimoramento deste como pessoa humana (BRASIL, 1996), deve caminhar para uma educação que não

¹³ A primeira versão preliminar da BNCC esteve em consulta pública, no endereço eletrônico <basenacionalcomum.mec.gov.br>, de setembro de 2015 a março de 2016 visando a participação da sociedade na reforma do currículo no âmbito nacional.

apenas proporcione um estudo com sentido, mas que também possa contribuir para o desenvolvimento crítico do aluno.

Com uma valorização para a formação cidadã do estudante, os PCNEM trazem uma abordagem voltada para a importância dos valores, habilidades e atitudes dos estudantes com um mesmo peso para os conceitos e os procedimentos das áreas do saber. Essa visão para o ensino demonstra a preocupação com uma educação em que os conteúdos estejam voltados também para o desenvolvimento do pensamento do indivíduo.

As OCNEM, elaboradas para contribuir com a prática docente, exploram as diferentes áreas do conhecimento, promovendo um diálogo que provoca, nos professores, reflexões em torno de práticas que possam contribuir para uma aprendizagem efetiva. Descrevendo algumas formas de aplicações dos conceitos, as orientações curriculares auxiliam os professores no ensino dos conteúdos, ofertando ideias e metodologias que podem potencializar a prática docente.

Já a primeira versão preliminar da BNCC apresenta uma proposta de conhecimentos fundamentais na qual os estudantes deverão ter acesso para sua aprendizagem e desenvolvimento na educação básica. Com os objetivos dos componentes curriculares apresentados ano a ano, a BNCC organiza a progressão dos objetivos ao longo do Ensino Médio, sendo possível para a escola observar a progressão dos estudantes em relação aos conceitos estudados.

Como parte da discussão curricular, a Matemática está incluída na área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, em conjunto com Biologia, Química e Física. Os PCNEM indicam para a aprendizagem nesta área a “compreensão e a utilização dos conhecimentos científicos, para explicar o funcionamento do mundo, bem como planejar, executar e avaliar as ações de intervenção na realidade” (BRASIL, 2000a, p. 20).

Dentro de um grande rol de temas do currículo de Matemática do Ensino Médio, que segundo Dias (2016, p. 75) “assemelha-se a uma colcha de retalhos”, está a Geometria. Os documentos já citados, PCNEM, OCNEM e BNCC, incluem a Geometria como parte do currículo escolar. Assim, este tema possui sua importância reconhecida, sendo recomendado na seleção de conteúdos para o currículo.

A Geometria, no Ensino Médio, é tomada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais como uma subárea da Matemática ligada às aplicações que permite a leitura e interpretação do espaço, de forma que:

as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca (BRASIL, 2000c, p. 44).

Sem listar os conceitos a serem ensinados nesse nível de ensino, os PCNEM elencam os objetivos a serem alcançados pelos alunos com o estudo da Matemática e afirmam que “é preciso rever e redimensionar alguns dos temas tradicionalmente ensinados” (BRASIL, 2000c, p. 43).

Nesse seguimento, os conteúdos não devem ser escolhidos para compor o currículo de Matemática devido a uma mera tradição escolar, sendo definidos sem uso de outros critérios ou até mesmo tornando alguns conteúdos pré-requisitos de outros. Os livros didáticos mais atuais, por exemplo, já iniciam a abordagem geométrica pela exploração do espaço tridimensional, não mais pela noção de plano, desconstruindo assim, a linearidade dos conceitos no programa de Matemática.

Sobre essa reflexão, os PCNEM defendem que:

é preciso superar a visão enciclopédica do currículo, que é um obstáculo à verdadeira atualização do ensino, porque estabelece uma ordem tão artificial quanto arbitrária, em que pré-requisitos fechados proíbem o aprendizado de aspectos modernos antes de se completar o aprendizado clássico e em que os aspectos “aplicados” ou tecnológicos só teriam lugar após a ciência “pura” ter sido extensivamente dominada (BRASIL, 2000c, p. 49).

Expondo a relevância de se priorizar a qualidade do processo educacional, ao invés de priorizar a quantidade de conteúdos trabalhos com os alunos, nas OCNEM a Matemática é dividida em blocos, com orientação para articulá-los, e possui a Geometria como um tema potencialmente abundante na formação do raciocínio matemático, oportunizando a aprendizagem de teoremas e argumentações dedutivas.

As Orientações Curriculares Nacionais exploram o que esses conceitos proporcionam aos estudantes, quando incluídos no seu cotidiano:

O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida (BRASIL, 2006, p. 75).

Estimulando a aprendizagem de conceitos que estão presentes no mundo real do aluno, a geometria plana e a espacial são mencionadas como conteúdos que devem ser aprofundados e sistematizados no Ensino Médio.

As OCNEM desenvolvem uma proposta linear para o trabalho dos conceitos, não obstante propõem que se atualize o currículo e as metodologias de ensino, modernizando o processo educacional em direção a intensificação de práticas que propiciem uma aprendizagem significativa ao estudante.

Apresentada pelo movimento de estruturação e implementação da proposta da BNCC nos três anos do Ensino Médio, a Geometria tem seus objetivos distribuídos durante toda a etapa final da Educação Básica. Com os objetivos elencados, tem-se a geometria analítica, plana e espacial com conceitos a serem explorados gradativamente nos três anos de estudo, não havendo diferenciação de importância dos conceitos, sendo possíveis novos arranjos na distribuição dos objetivos, já que, segundo a BNCC, suas orientações não devem ser vistas como determinações para a progressão dos objetivos.

Assim, o professor, com seu papel de eleger os conteúdos que serão praticados no Ensino Médio, deve considerar a magnitude que os conceitos desempenharão na vida dos estudantes, selecionando os conteúdos que harmonizam com os objetivos propostos pelos Parâmetros Curriculares, como também pelo Projeto Pedagógico da escola, atendendo os conteúdos mínimos e essenciais previstos pela BNCC.

Dessa forma, deve haver uma preparação adequada para os professores de Matemática, que, desde a formação, devem apreciar a Geometria, sendo apresentados a metodologias de ensino que sejam mais apropriadas para determinados conteúdos, usando, por exemplo, recursos tecnológicos que possam dinamizar e estimular o estudante a se interessar pelo saber matemático, efetivando a aprendizagem de conceitos popularmente aquém dos demais conteúdos da Matemática.

A tecnologia vem sendo inserida em vários ambientes da sociedade para dinamizar o andamento das atividades cotidianas. Sem muita distinção, a escola tem incluído os recursos tecnológicos nas práticas pedagógicas com o intuito de dinamizar o processo educativo e explorar a familiaridade que os alunos têm com as tecnologias. A fim de que esses recursos sejam utilizados adequadamente no ensino de conceitos específicos, os professores devem estar preparados para usá-los em suas metodologias, com posturas pedagógicas mais atualizadas.

Os documentos que parametrizam o currículo brasileiro têm dado o reconhecimento devido aos tipos de tecnologias que podem auxiliar o processo de ensino e aprendizagem. Uma rápida reflexão é feita nos PCNEM que, mesmo valorizando o uso das calculadoras no ensino, já adiantam que elas não são o centro da questão tecnológica na escola, dando maior importância à utilização de recursos computacionais:

Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é, hoje, o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento (BRASIL, 2000c, p. 41).

O uso de tais recursos pode gerar insegurança no trabalho docente, visto que o professor, ao utilizar o computador em sala de aula, deixa sua zona de conforto (na qual as dúvidas podem ser previstas) para entrar numa zona de risco que, segundo Borba e Penteado (2012, p. 57), “aparece principalmente em decorrência de problemas técnicos e da diversidade de caminhos e dúvidas que surgem quando os alunos trabalham com um computador”.

Portanto, o acesso ao computador modifica a dinâmica das aulas: o trabalho é mais compartilhado, o silêncio é quebrado e o aluno passa a ser personagem ativo do processo de construção do seu próprio conhecimento, renovando o papel do professor para mediador, e não mais transmissor dos saberes.

Acreditando na atuação do professor sob essa zona de risco e com um subitem dedicado a utilização de tecnologia, as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio abordam a tecnologia no currículo de Matemática, apontando meios que podem promover práticas pedagógicas bem sucedidas e transformadoras para a aprendizagem do aluno, por meio de procedimentos que estimulem tanto a cooperação, como o compartilhamento do conhecimento.

não se pode negar o impacto provocado pela tecnologia de informação e comunicação na configuração da sociedade atual. Por um lado, tem-se a inserção dessa tecnologia no dia a dia da sociedade, a exigir indivíduos com capacitação para bem usá-la; por outro lado, tem-se nessa mesma tecnologia um recurso que pode subsidiar o processo de aprendizagem da Matemática. É importante contemplar uma formação escolar nesses dois sentidos, ou seja, a Matemática como ferramenta para entender a tecnologia, e a tecnologia como ferramenta para entender a Matemática (BRASIL, 2006, p. 87).

Para o ensino de Geometria, faz parte das recomendações das OCNEM a adoção de *softwares* educacionais. “Já se pensando na Tecnologia para a Matemática, há programas de

computador nos quais os alunos podem explorar e construir diferentes conceitos matemáticos” (BRASIL, 2006, p. 88).

Logo, a partir da dimensão dada pelo professor, a implementação de *softwares* de Geometria Dinâmica, com seus recursos gráficos, pode impactar o aprendizado das relações geométricas, oportunizando atuações ativas e criativas dos estudantes.

Conceitos como ponto, segmento de reta, reta perpendicular, ponto médio, mediatriz, bissetriz, plano, espaço, área, volume, sólidos, vértices, arestas, faces e propriedades geométricas são alvo de didáticas que aspiram as possibilidades que os *softwares* educacionais disponibilizam para enriquecer a visualização e entendimento dos conteúdos.

Para as OCNEM, o estudo de Poliedros, o Teorema de Euler e a classificação dos Poliedros Regulares, objetos desta pesquisa, são tópicos da Geometria que merecem atenção na construção e manipulação de modelos geométricos, a fim de desenvolver nos alunos a satisfação estética ao manusear objetos por eles mesmos construídos.

Já para o estudo destes conceitos, as OCNEM indicam a utilização de *softwares* educacionais para intensificar seu ensino: “para trabalhar com poliedros, existem também programas interessantes. Neles, há poliedros em movimento, sob diferentes vistas, acompanhados de planificação. São programas apropriados para o desenvolvimento da visualização espacial” (BRASIL, 2006, p. 89).

Entre os objetivos de aprendizagem, elencados na proposta inicial à BNCC, está o estudo de conceitos geométricos, com ou sem o uso de tecnologias digitais. Mais uma vez, indicando a possibilidade do professor adotar esses instrumentos em suas práticas pedagógicas, a BNCC evidencia a importância da tecnologia para a aprendizagem do estudante, quando utilizada adequadamente com cunho pedagógico, enfatizando a utilização de *softwares* gratuitos que podem alterar positivamente o ensino de Geometria, pois:

o trabalho com a matemática no Ensino Médio pode ser enriquecido por meio de propostas pautadas no uso de recursos tecnológicos como instrumentos que visem auxiliar na aprendizagem e na realização de projetos, sem anular o esforço da atividade compreensiva. Há diversos *softwares* disponíveis na internet que se aplicam ao estudo das construções geométricas ou das funções (BRASIL, 2015, p. 141).

Mesmo com a sugestão de abordar a tecnologia a favor do ensino, a BNCC não apresenta claramente meios exequíveis para o uso nas situações didáticas propostas. Debruçada na espera por uma formação docente atualizada, ou até mesmo na criatividade do

professor, o documento não instiga o docente a formular hipóteses de ensino com esses recursos, que foram pouco, ou quase nunca, vistos em sua formação profissional e ainda menos observados quando alunos da educação básica, sendo improvável que o professor venha utilizar de um material ao qual não está familiarizado por mera indicação para a execução de um currículo.

Apenas indicar a adoção do recurso não contribui efetivamente para um trabalho docente moderno. Os documentos oficiais, que são aportes não somente para professores, mas também para toda equipe escolar, poderiam dispor de possibilidades didáticas que instigassem práticas que pudessem alterar profundamente as metodologias de ensino, provocando o professor a reformular suas aulas.

Investir em recomendações e parâmetros que auxiliem o ensino profundamente, por meio da teoria, e superficialmente, por meio da prática, é aproveitar pouco do espaço que reúne inúmeros olhares que podem transformar a atual educação, que já se encontra abarrotada de olhares sem direção.

Longe de se esperar receitas para as aulas de Matemática, com modelos pré-definidos e aprovados, considera-se favorável à apresentação de rumos que possibilitem ao professor trilhar um novo caminho com a tecnologia na escola. Opções de recursos e/ou exemplos de como utilizá-los podem ser diferenciais para provocar pensamentos e práticas inclinadas para a contemporaneidade, transformando o espaço da sala de aula num ambiente receptivo para o estudante, que já está esgotado das práticas comuns de ensino, que pouco surtem efeito no aprendizado de conteúdos abstratos como Geometria.

Assim, a tecnologia não só está posta nas propostas curriculares brasileiras, como já vem sendo adotada pelas escolas, devido às necessidades de dinamização do processo educativo. Portanto, cabe ao professor criar, a partir de recursos digitais, oportunidades de aprendizagens pautadas na adequação do recurso com os conteúdos praticados, vinculando as teorias Matemáticas com a prática cotidiana, e fazendo da Geometria um mar de questões inseridas na realidade dos estudantes, redimensionando a prática do professor e realocando o aluno no centro do processo educacional.

Diante das prescrições curriculares nacionais de Matemática e do incentivo da adoção de tecnologia no ensino deste conhecimento, direciona-se a discussão para a Educação Profissional Técnica de Nível Médio (EPTNM), que em seu currículo, como prevê as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) dessa modalidade de ensino – definida pela

Resolução nº 6, de 20 de setembro de 2012 – deve proporcionar aos estudantes fundamentos de tecnologia da informação incluídos no estudo das áreas do conhecimento.

A Educação Profissional na modalidade integrada ao Ensino Médio – recorte de análise deste trabalho – com sua particularidade em atender os estudantes que buscam a formação prevista na última etapa da educação básica em conjunto com uma formação profissional, deve ter os conhecimentos e as habilidades das áreas de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias, Ciências Humanas e suas Tecnologias e Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias permeadas no currículo dos cursos, por estes se constituírem como elementos fundamentais para o desenvolvimento profissional dos alunos, sendo considerada para isso a especificidade de cada curso técnico.

Ao elaborar o currículo da educação profissional, avaliar os meios metodológicos com que serão abordados os conteúdos faz parte do percurso de um currículo pensado para uma formação com especificidades, como a Educação Profissional Técnica de Nível Médio.

A articulação com o Ensino Médio dá a este nível de ensino um caráter de formação para prosseguimento em estudos posteriores, dando ao currículo a responsabilidade de preparar o estudante para a vida profissional, social e cultural, sendo para isso pensados os melhores meios de se alcançar os objetivos dessa escolaridade.

Como orientação para este fim, o Conselho Nacional de Educação (CNE) emitiu o Parecer CNE nº 07/2010, que trata das DCN para a Educação Básica, no qual discute questões metodológicas do ensino direcionadas também à Educação Profissional e Tecnológica (EPT), indicando que, na formulação coletiva do projeto político pedagógico da escola, deve estar previsto a “utilização de novas mídias e tecnologias educacionais, como processo de dinamização dos ambientes de aprendizagem” e “a oferta de atividades de estudo com utilização de novas tecnologias de comunicação” (BRASIL, 2010, p. 46).

Com esta indicação, reafirma-se que a tecnologia é uma alternativa que pode ser eficaz para a educação, pois além de estar presente no dia a dia do aluno, está também presente no mundo do trabalho no qual ele deve estar atualizado para atuar, sendo importante, portanto, que os estudantes tenham contato com esses recursos na escola, que é o principal espaço de aprendizagem para sua formação intelectual, profissional e social.

Sendo a tecnologia então uma opção recomendada para a realização de atividades de estudo, deve-se ter em mente que a utilização desse recurso não deve ser restringido apenas aos conteúdos propedêuticos, entretanto deve ser estendido aos conteúdos técnicos específicos

dos cursos, que também devem estar articulados com os demais conteúdos das outras áreas do conhecimento. Quando isso acontece, nota-se um conceito auxiliar no entendimento e no significado de outro, integrando assim os conteúdos entre si.

Com a Matemática não deve ser diferente, posto que sua convivência próxima às demais disciplinas demarca espaço na formação propedêutica e profissional da Educação Técnica de Nível Médio. Com seus cálculos, axiomas, postulados e desenhos geométricos, a Matemática deve manter conexão entre seus próprios conteúdos e colaborar efetivamente para o entendimento dos conceitos técnicos, dando sentido às propriedades matemáticas presentes na realidade profissional do estudante.

Dessa forma, para definição dos conteúdos prescritos e praticados na EPT, deve ser considerada a necessidade de um currículo integrado, que apoie o ensino de diversos conceitos em comunicação uns com os outros, interligando a importância do estudo dos conhecimentos para a preparação profissional e formação do sujeito.

Portanto, já na seleção dos conteúdos a serem incluídos no currículo de Matemática, deve ser pensado nas possibilidades de estudo que poderão ser exploradas. Para escolher o conteúdo, o professor pode aplicar alguns critérios que julgue necessário na análise da importância do conteúdo no currículo.

Nesse sentido, consideram-se, para a escolha dos conteúdos, os quatro R's propostos por Doll Jr. (1997 *apud* SILVA, 2009) como critérios para construção de um currículo pós-moderno, caracterizado pelo autor como um currículo em que os fins surgem do próprio processo; a ênfase está na criatividade, não na descoberta; está disposto em rede, em que os objetivos, seleção e direcionamento de experiências são hipóteses que deverão ser reconstruídas e negociadas durante o processo, e a avaliação direciona esta reconstrução e negociação; os objetivos educacionais e curriculares são tanto sintonizados, quanto direcionados para a comunidade na qual serão aplicados; e o conhecimento é transformado.

Doll Jr (1997 *apud* SILVA, 2009) propõe os seguintes critérios para formulação de um currículo com visão pós-moderna¹⁴ que permita uma organização rica de conhecimentos, que promova reflexões e que esteja conectado a realidade:

¹⁴ Doll Jr. imagina um currículo pós-moderno como um sistema onde o papel do professor e do aluno não serão mais considerados causais, e sim transformadores. Doll Jr. (1997, p.180), afirma que um currículo pós-moderno exigirá “ser rico em diversidade, problemática e heurística, assim como uma atmosfera da sala de aula que estimule a exploração – um passo além da descoberta”.

Que critérios poderíamos usar para avaliar a qualidade de um currículo pós-moderno – um currículo gerado, não pré-definido, indeterminado, mas limitado, explorando o “fascinante reino imaginativo da risada de Deus”, e constituído por uma rede sempre crescente de “universidades locais”? Eu sugiro que os quatro Rs de Riqueza, Recursão, Relações e Rigor poderiam servir para este propósito (DOLL JR 1997 *apud* SILVA, 2009, p. 192).

Silva (2009), em sua pesquisa em busca por critérios para escolha e organização de conteúdos para o currículo, propõe que seja feita uma análise a fundo sobre a proposta dos quatro Rs de Doll Jr., juntamente a uma densa reflexão a respeito de sua aplicação à Educação Matemática. O autor contribui para a difícil tarefa de escolher conteúdos de Matemática para o Ensino Médio propondo mais quatro critérios como fundamentos iniciais para essa seleção, sendo eles: reflexão, realidade, responsabilidade e ressignificação.

Divididos a partir das características predominantes em cada um, os oito critérios são distribuídos por Silva (2009) em dois blocos, com um deles relacionado principalmente à seleção dos conteúdos – riqueza, reflexão, realidade e responsabilidade – e o outro bloco relacionado em especial à organização curricular – recursão, relações, rigor e ressignificação.

Silva (2009) esclarece resumidamente cada critério:

(1) A “riqueza” privilegia a escolha de conteúdos que mostrem o quão rica a própria matemática é e como a relação teoria-prática pode ser dosada de maneira eficiente, compreendendo essa relação como única e não dicotômica. [...]; (2) a “reflexão” favorece a seleção de assuntos que sirvam ao interesse de determinada comunidade e, sob este aspecto os conteúdos seriam escolhidos apenas após a escolha ou eleição das problemáticas locais e [...] significa que o processo de escolha deva ser uma decisão fundamentada em pareceres de diversos especialistas de vários campos científicos [...]; (3) a “realidade”, intrinsecamente ligada ao critério anterior, beneficia a opção por temas que possam ser modelados por meio de uma situação real. [...]; (4) a “responsabilidade” privilegia a prioridade de pontos de conteúdo matemático que possam ser utilizados para analisar, comparar, estimar e resolver problemas sociais [...]; (5) a “recursão”, primeiro critério fundamentalmente organizacional, busca no clássico modelo de currículo em espiral de Bruner (1960) a inspiração para propor que os conteúdos devem ser dispostos de maneira que possam ser retomados à medida com que os estudantes avancem os seus estudos, de tal maneira que possam ser abordados em outros contextos, mas não revistos, como simples repetição; (6) as “relações” estabelecem duas preocupações ao organizarmos um currículo: de um lado, a gestão do tempo para contemplar os assuntos propostos e, para isso, cada professor deve conhecer seus alunos e eleger a profundidade ou a escala ideal com a qual abordará os conteúdos propostos, por outro lado, para além da perspectiva pontual de cada sala de aula, a preocupação com o bem estar coletivo deve determinar momentos para refletir sobre problemáticas comuns a todos, por meio de projetos que sejam constituídos em sentido duplo: dos problemas locais para discussões globais e dos anseios universais para debates locais; (7) o “rigor” está ligado a procedimentos, avaliações e principalmente, à interpretação de resultados inseridos em um novo contexto ligado à indeterminância e à interpretação. [...] os resultados devem ser interpretados levando-se em conta um grande número de variáveis envolvidas no processo de ensino e aprendizagem. [...]; (8) a “ressignificação” dá à História da Matemática sua devida importância em uma proposta curricular que deve ser organizada levando-se em conta a elaboração histórica da própria ciência, não como acessório das aulas de Matemática, mas como

articuladora e esclarecedora do processo pelo qual o conhecimento foi construído. Além disso, esse critério privilegia a organização de conteúdos que possam ser abordados novamente em outros temas, destacando a variedade de representações e contextualizações matemáticas dentro da própria Matemática (SILVA, 2009, p. 223-225).

Diante das definições dos critérios adotados por Silva (2009) como fundamentais no processo de formulação do currículo escolar, observa-se a importância de cada elemento que direciona a análise criteriosa dos conteúdos que são abordados no currículo da educação básica.

Indubitavelmente, pensar na riqueza que cada conteúdo traz consigo, na reflexão entorno da abordagem local dos conceitos, na realidade que se preocupa com as situações de vida e na responsabilidade social que pode ser dada aos conteúdos, conduz o professor a escolher os conceitos mais vastos e as metodologias mais adequadas para fluir boas aulas de Matemática, que possam atingir profundamente o interesse do estudante.

Dentre estes conceitos, que permitem múltiplos elos com a realidade, estão os conceitos de Geometria. Tanto a Geometria Plana quanto a Espacial podem ser interligadas com temas de outras áreas, bem como observadas no cotidiano, estando estes conceitos presentes no mundo acadêmico e profissional. A Geometria pode contribuir de forma participativa na organização curricular, no que diz respeito aos critérios desse bloco, conforme definido por Silva (2009).

Cabe ao professor, com seu amplo conhecimento do conteúdo adicionado à sua criatividade, propor atividades conjuntas com as especialidades de outras áreas, para que os conceitos geométricos possam ser revistos em diferentes contextos pela recursão, com relações de tempo e aprofundamento necessários tanto para a aprendizagem individual dos alunos, quanto para a coletiva, com rigor para interpretação dos resultados que podem interferir no ensino e na instrução, e com ressignificação para o estudo da Geometria dentro de outros conteúdos matemáticos.

Nessa visão pós-moderna, Silva (2009) defende duas dimensões para o currículo de matemática. O autor afirma que:

um currículo de Matemática deve atender, concomitantemente, a duas dimensões distintas que justificam sua importância por diferentes aspectos: uma dimensão crítica, em que a escolha do conteúdo fica submetida à utilização ou não em projetos que visam à transformação da sociedade; uma dimensão puramente matemática, voltada muito mais a questões organizacionais, em que a importância dos conteúdos se justifica pela variedade de conexões imagináveis entre os variados temas possíveis de serem abordados (SILVA, 2009, p. 97).

Silva (2009) cita que o eixo de Geometria possui conteúdos que atendem os critérios apontados, dentre estes conceitos estão os sólidos geométricos, que segundo ele o seu estudo:

além de ser mais intuitivo, proporciona a possibilidade de abordar medidas unidimensionais, como a altura dos sólidos ou o comprimento de suas arestas; bidimensionais, como a área da superfície dos mesmos; e tridimensionais, como o volume do próprio sólido (SILVA, 2009, p. 214).

Constata-se então, a importância da Geometria, especificamente o estudo dos sólidos, para o desenvolvimento curricular de Matemática na educação básica, e também na Educação Profissional Técnica de Nível Médio, possibilitando o estabelecimento de relações espaciais e o desenvolvimento da intuição por parte dos educandos.

Gonçalves (2011) analisou a Matemática na organização e no desenvolvimento do currículo nesta modalidade de ensino e discutiu sobre o recurso da interdisciplinaridade como viés para organização curricular dos Cursos Técnicos Integrado ao Ensino Médio.

O autor defende que as especificidades dos conhecimentos, estes determinados pela LDB como obrigatórios para o currículo do Ensino Médio, são importantes e necessárias, porém não é o bastante para levar o aluno a compreender os mundos físico e natural, e nem a realidade social e política. E pontua, assim, como já foi discutido anteriormente nesta dissertação, a necessidade de elaboração de documentos oficiais que possam contribuir para a prática docente na EPTNM integrada ao Ensino Médio com os conteúdos de Matemática e com outras áreas do conhecimento, o que não ameaça em nada a autonomia do professor em sala de aula.

Como um meio de interligar os saberes à prática pedagógica, Gonçalves (2011) estuda a interdisciplinaridade como potencializadora do processo que constrói o conhecimento a partir do trabalho conjunto das disciplinas, em especial na EPTNM integrada ao Ensino Médio.

Contudo, em sua pesquisa, Gonçalves (2011) observou que os currículos praticados pelos docentes da instituição analisada estavam distantes dos currículos prescritos, no que tange as orientações acerca da interdisciplinaridade, e relacionou a superação desta distância com a coletividade do trabalho pedagógico da equipe de professores.

Enquanto isso, Maioli (2011), em sua tese de doutorado, refletiu sobre o ensino de Matemática no Nível Médio a partir da contextualização, ratificando que esta tem sido

apropriada na prática docente com limitações, podendo ser melhor explorada para a efetivação da aprendizagem.

Nos pressupostos que norteiam os documentos curriculares de Matemática, a interdisciplinaridade vem sendo tomada como um dos meios que podem redirecionar a prática de ensino e junto a ela está o recurso de contextualização dos conceitos abordados em sala de aula, que podem ser intimamente ligados à vida real do estudante, pois como aponta Dias (2016, p. 219):

a contextualização na educação matemática favorece aprendizagem de conteúdos específicos porque é um processo facilitador da compreensão da aplicação da abordagem em várias atividades sociais, explica os fenômenos naturais e norteia a vida dos alunos. Portanto, contextualizar é problematizar o assunto em estudo a partir dos conteúdos dos componentes curriculares, fazendo a vinculação com a realidade, posicionando-os no contexto.

Sem definições finais, a interdisciplinaridade vem sendo estudada por muitos autores que a interpretam de múltiplas formas, entretanto, em consenso, estes profissionais entendem que o sentido e a finalidade da integração de conteúdos didáticos está em “responder a necessidade de superação da visão fragmentada nos processos de produção e socialização do conhecimento” (THIESEN, 2008, p.545).

A agregação dos saberes é um princípio norteador da Educação Profissional Técnica de Nível Médio, descrito nas DCN desse segmento de educação por meio da contextualização, da flexibilidade e da interdisciplinaridade. A EPTNM possui a particularidade de manter a conexão não apenas entre os conteúdos propedêuticos e técnicos, mas também entre os próprios conteúdos da disciplina. A recomendação da superação da fragmentação do conhecimento gira em torno da interdisciplinaridade que, com sua abordagem articulada entre os saberes, colabora para construção do conhecimento integrado.

Para a organização e gestão curricular, o Parecer CNE nº 07/2010, referente à DCN da educação básica, orienta que a interdisciplinaridade e a contextualização devem ser constantes em todo o currículo. O Parecer recomenda a destinação de ao menos 20% da carga horária anual do Ensino Médio em programas e projetos interdisciplinares eletivos, sendo esta a carga horária mínima para atividades integradas entre as disciplinas básicas, que devem ser interligadas também aos conteúdos técnicos para formação na Educação Profissional.

Referente ao estudo da Matemática, os documentos OCNEM, BNCC e PCNEM orientam o uso da interdisciplinaridade como meio para a formulação de conexões entre os

conceitos matemáticos e as demais áreas do conhecimento. Dias (2016, p. 177) aponta essas indicações nos PCNEM quando afirma que este documento enfatiza:

as recomendações metodológicas que procuram transmitir ao professor a possibilidade de articular o conhecimento matemático em torno da ideia de redes de significados, enfatizando as conexões entre os conteúdos e as disciplinas escolares.

Associada a interdisciplinaridade pode estar o recurso da contextualização, que dá ao conteúdo um significado e um vínculo com a realidade concreta do estudante, permitindo a ele verificar a utilidade e aplicabilidade dos conteúdos do currículo de Matemática.

O processo de ensino por meio da integração dos conhecimentos e da contextualização exige do professor uma posição de comunicação com as demais disciplinas. Para isso é necessária a interação e diálogo com os docentes das outras áreas, o que requer tempo e planejamento para atividades conjuntas. No entanto, esta prática pode se tornar difícil devido à alta carga de aulas e matrículas dos profissionais acadêmicos em mais de uma escola.

Mas ainda assim, alguns professores, por iniciativa própria, têm proposto práticas de ensino que adotam a integração de duas ou mais disciplinas por meio de trabalhos que articulam os saberes disciplinares, demonstrando, assim, um interesse em modificar o processo de ensino e aprendizagem.

O professor que ensina Matemática deve estudar e perscrutar com seus alunos os conteúdos, dando a eles significados cada vez mais inseridos no contexto do estudante. Como sugere a BNCC (BRASIL, 2015, p.156) “para o processo de ensino de um conceito matemático, é interessante considerar a importância do ciclo: contextualizar, descontextualizar e novamente contextualizar, e depois, reiniciar esse movimento”.

O estudo pontual dos conteúdos não garante ao aluno a aprendizagem efetiva, porquanto o modelo estanque de construção do conhecimento tende ao processo de memorização dos conceitos, o que pode inibir a assimilação concreta do aluno. A revisão dos conceitos a partir de temas diversos permite uma interligação entre os saberes dando sentido ao estudo dos mais complexos conteúdos. Nesse sentido, Dias (2016, p. 74) destaca que:

imaginar, como acontece nas práticas tradicionais do Ensino Médio, que um conteúdo possa ser apresentado em apenas um bimestre ou até em apenas algumas semanas e jamais tratado novamente, é uma grande ilusão se esperamos efetivamente que o aluno aprenda. Os conteúdos devem ser ressignificados em outros temas, produzindo grandes redes de significados e contextualizados, dentro da própria Matemática, de maneiras diversas.

Portanto, o professor deve observar a relação que o conteúdo possui com a própria Matemática e com as outras disciplinas, pensando no currículo em conjunto para que se formule uma programação de estudo com os conceitos integrados. A inclusão de conteúdos matemáticos no currículo escolar sem o devido planejamento de atividades que possam ser aplicadas explorando a realidade do estudante e dos demais temas propedêuticos ou profissionais pode comprometer o aprendizado efetivo dos conceitos, pois como aponta Dias (2016, p. 74):

um critério importante ao escolhermos um conteúdo é verificar o quanto ele pode ser explorado pelos demais conteúdos ou o quanto um grupo de conteúdos pode ser interligado por relações significativas. Se um tema não possui interconexões com outros, podemos desconfiar de sua importância, pelo menos quando a questão envolvida é se deve ou não ser ensinado na Educação Básica, pois caso fosse abordado ficaria isolado e descontextualizado dos demais.

Contudo, pôr em prática a interdisciplinaridade não é tarefa fácil, ainda mais para os docentes que já vêm de uma formação tradicional da universidade. Impregnado por práticas convencionais, é muito espontâneo e prático para os professores reproduzirem as aulas nas quais participaram durante toda sua formação, ao invés de inovar utilizando metodologias que são discutidas teoricamente, porém com as quais possuem pouca ou quase nenhuma experiência prática.

Outro fator que dificulta essa implementação metodológica está na relevância que cada professor dá a especialidade de seu conteúdo, que comumente não abre mão de conceitos, tempo e espaço de estudo dos temas que lhe compete a ensinar. Sabendo que a integração dos saberes depende da adequação de todas as disciplinas envolvidas, o professor que possui um pensamento individualista de sua disciplina dificulta o trabalho coletivo que demanda adaptação de todas as áreas.

Mesmo com essa formação, o professor pode se aventurar em práticas que acrescente na construção do conhecimento do aluno. A sala de aula deve ser considerada como um laboratório para a prática pedagógica, uma vez que é o espaço no qual professores e alunos estão propensos a experimentar diferentes meios para um ensino adequado e a aprendizagem concreta. A sala de aula é então, um espaço de investigação que fomenta a produção de saberes e o desenvolvimento de habilidades e competências.

Dessa forma, a interdisciplinaridade abarca a missão de provocar o professor, instigando-o a romper com hábitos e acomodações de práticas de ensino que propagam a

disciplinarização e fragmentação do saber por meio de um trabalho contínuo entre docentes de diferentes saberes.

O estímulo que a interdisciplinaridade exerce sobre os professores deve motivar também mudanças na forma de avaliar o estudante. Seria incoerente ensinar a partir de uma proposta pedagógica e avaliar o aluno por meio de instrumentos que destoem da didática e metodologias praticadas. As avaliações devem ser aplicadas em busca de um acompanhamento pedagógico do processo de aprendizagem, em que há preocupação com a avaliação integral do estudante.

Dessa forma, o currículo – com sua missão de direcionar o que ensinar, quando ensinar, como ensinar, e também de como e quando avaliar – deve ser construído a partir de critérios e análises dos objetivos que se espera alcançar com a proposta escolar. Para o currículo de Matemática, a interdisciplinaridade, a contextualização e a tecnologia formam um conjunto de abordagens metodológicas que podem potencializar a prática docente e a aprendizagem.

Acreditando na experimentação da ajuda mútua destas opções pedagógicas, a Geometria tende a ser enxergada pelo estudante como parte integrante do dia a dia da sociedade, sendo possível apontar e explorar as aplicações fundadas na realidade, atraindo o aluno e dinamizando o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos geométricos.

Portanto, o currículo pode, sim, ser prescrito e praticado sob bases contemporâneas de ensino. As recomendações curriculares e a formulação do currículo escolar estão debruçadas nas perspectivas em que o professor possui da educação.

Assim, a formação continuada é fator determinante na atualização do professor, o que reflete diretamente na sala de aula e na formação do estudante, devendo ser incentivada e, acima disso, proporcionada aos professores para que estes repensem suas concepções e práticas.

3.2 PESQUISAS COM USO DE TECNOLOGIAS

Em busca por pesquisas que pudessem contribuir com o tema deste trabalho, foram apreciados produções de diferentes naturezas, como monografias, dissertações e artigos científicos publicados em revistas. Dentre estes materiais cita-se os relacionados no quadro 1.

Quadro 1 - Listagem de pesquisas consultadas (continua).

Ano	Natureza	Autor	Programa de Pós-Graduação/ Curso/ Revista	Instituição	Título
2002	Dissertação	Rúbia Barcelos Amaral Zulatto	PPGEM	UNESP	Professores de matemática que utilizam <i>softwares</i> de geometria dinâmica: suas características e perspectivas.
2006	Dissertação	Simone Aparecida Silva Gouvea	PPGEM	UNESP	Novos caminhos para o ensino e aprendizagem de matemática financeira: construção e aplicação de webquest.
2010	Dissertação	Claudio Woerle Lima	PPGEM	UNESP	Representações dos números racionais e medição de segmentos: possibilidades com Tecnologias Informáticas.
2011	Artigo científico	Viviane Beatriz Hummes e Adriana Breda	Revista Novas Tecnologias da Educação	UFRGS	Abordando a relação de Euler através do objeto de aprendizagem Uma Pletora de Poliedros: um estudo de caso com alunos do terceiro ano do Ensino Médio.

Quadro 2 - Listagem de pesquisas consultadas (conclusão).

Ano	Natureza	Autor	Programa de Pós-Graduação/ Curso/ Revista	Instituição	Título
2012	Dissertação	Rejane Waiandt Schuwartz Faria	PPGEM	UNESP	Padrões Fractais: Contribuições ao processo de generalização de conteúdos matemáticos.
2013	Dissertação	Aleksander Saraiva Dantas	PROFMAT	UFERSA	O uso do GeoGebra no ensino de Trigonometria: uma experiência com alunos do Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte.
2013	Dissertação	Eder Bentes Mar	PROFMAT	UFA	O teorema de Euler para poliedros.
2013	Dissertação	Flávia Renata Mialich	PROFMAT	UNESP	Poliedros e Teorema de Euler.
2014	Dissertação	Helen Kássia Coelho Contijo	PROFMAT	UFG	Teorema de Euler em sala de aula.
2014	Dissertação	Hercules do Nascimento Silva	PROFMAT	UFPB	Poliedros Regulares no Ensino Médio.
2014	Monografia	Tiago Schnornberger	Licenciatura em Matemática	UFRGS	O uso da Pletora de Poliedros no ensino de Geometria Espacial.
2014	Dissertação	Alceny Garcia Filho	Programa de Pós-Graduação em Matemática	UFG	Importância do software “Uma Pletora de Poliedros” no ensino de Geometria Espacial.

Inicialmente, ao refletir sobre a exploração de recursos tecnológicos na formação docente, apreciou-se a pesquisa de Gouvea (2006) sobre a formação inicial do professor de Matemática com o uso das TIC. A pesquisadora analisou a concepção de formação docente considerando o processo contínuo, dinâmico e integrador em que o futuro professor conhece a

concepção construtivista de educação com uma abordagem para a utilização do computador em sala de aula, prática que articula investigação e reflexão.

Desta maneira, considera-se importante a utilização de tecnologias na formação docente para que este seja impulsionado a adotar em sua prática pedagógica recursos que possam potencializar o ensino de Matemática. Dentre esses recursos, direcionou-se a busca por produções acadêmicas que articulassem o ensino de Geometria com a utilização de *softwares* de Geometria Dinâmica.

Nessa perspectiva, Zulatto (2002) se dedicou ao estudo da utilização de tecnologias no ensino de Matemática e buscou, em sua pesquisa, o perfil dos docentes que utilizam *softwares* de Geometria Dinâmica em suas aulas, concluindo como é importante a formação continuada para que o professor esteja encorajado a inserir a tecnologia em sua sala de aula.

A pesquisadora investigou, também, o conceito de Geometria Dinâmica e a utilização dessa tecnologia por professores, o que possibilitou a observância, por meio de entrevistas, do dinamismo dos *softwares*, em especial pela opção de “arrastar” o objeto pela tela, um fator estimulante aos alunos, tendo em vista que este possibilita que o usuário simule múltiplos eventos com o objeto, dando ao estudante a oportunidade de verificar diversas situações possíveis dentro de um conjunto de configurações.

Silva (2014), em sua pesquisa, apresentou diferentes *softwares* que podem ser adotados nas aulas de matemática, com a intenção de auxiliar o ensino e aprendizagem de Geometria. Dentre os *softwares* apontados pelo pesquisador estão o Cabri, Poly, Cinderela, Dr Geo, Geospace, Great Stella, Sketchpad, Wingeom. Estes *softwares* podem colaborar para o estudo de Geometria Plana e Espacial, de forma que cada um conta com especificidades que podem atender melhor determinados objetivos de estudo.

Dantas (2013), em sua pesquisa, adotou o *software* GeoGebra para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem de conceitos Trigonométricos. Em seu estudo realizado com alunos da Educação Profissional Técnica de Nível Médio do Instituto Federal de Rio Grande do Norte, o pesquisador observou que a aprendizagem do conteúdo por meio do *software* foi mais significativa, ao ser comparada ao ensino em aulas com a aplicação de recursos didáticos comuns, como o quadro e o livro didático.

Na condição de conteúdo que necessita de exploração visual dos objetos, a Geometria tem uma profunda relação com o “olhar”. Dessa forma, a carência por poder ver e observar as propriedades nos faz buscar meios que facilitem não somente a compreensão, mas também a

aprendizagem dos conceitos geométricos. Assim, essa busca pode ser direcionada para *softwares* de Geometria Dinâmica que oferecem ambientes gráficos que possibilitam a visualização bi e tridimensional dos objetos estudados.

Nesse sentido, têm-se pesquisas como as de Lima (2010) e Faria (2012), que exploram *softwares* matemáticos (Régua e Compasso - C.a.R. e GeoGebra) para o ensino de determinados conteúdos, com alunos de diferentes níveis de ensino: o primeiro autor teve como foco estudantes do Ensino Fundamental, já o segundo, alunos do Ensino Médio. Ambos os estudos abordam tanto a importância da visualização na aprendizagem de Matemática, quanto a diferença que esta fez no aprendizado dos conteúdos estudados em suas pesquisas.

Para o ensino de Poliedros, a visualização também pode ser um recurso potencializador. Contijo (2014), em sua dissertação, pesquisou o estudo de Poliedros com o auxílio de material concreto, usando de experiências com trabalhos do tipo “Geometria dos cortes de sabão”, “Geometria de canudos” e atividades com o *software* Poly com alunos do Ensino Médio. A pesquisadora identificou que a atividade com o *software* de Geometria Dinâmica Poly foi o mais “atrativo” para os estudantes, ressaltando em seu trabalho a grande utilidade dos computadores como recurso didático para o ensino de Geometria.

Além deste trabalho, podemos citar a pesquisa de Mialich (2013), que realizou um estudo sobre os Poliedros e o Teorema de Euler. Somado a este estudo, a pesquisadora propôs uma atividade para estudo dos Poliedros, Teorema de Euler, área, volume e planificação baseada em questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP). Para elaboração das propostas de atividades, Mialich (2013) adotou o *software* Poly com o intuito de melhorar a compreensão e visualização dos objetos de estudo. Além do Poly, a pesquisadora citou também o *software Uma Pletora de Poliedros* como um recurso interessante para se trabalhar com Poliedros.

Outra pesquisa relevante, em que o *software Uma Pletora de Poliedros* foi apontado como potencializador do ensino de Geometria, é a de Eder Mar (2013). O pesquisador abordou o Teorema de Euler e suas demonstrações e analisou brevemente como este conteúdo tem sido abordado no Ensino Médio por meio dos livros didáticos, tomando como fonte de pesquisa trabalhos científicos produzidos sobre a temática. Baseado em algumas investigações acadêmicas, o autor sugeriu a *Pletora de Poliedros* como um recurso que pode auxiliar efetivamente a aprendizagem do conteúdo. Neste mesmo estudo, Mar (2013) apresentou, por meio de algumas imagens, a *interface* e os recursos de exibição de vértices, faces e arestas

para contagem desses elementos e verificação por meio da relação de Euler, além do recurso de transparência e montagem do poliedro.

Hummes e Breda (2011) pesquisaram o processo de aprendizagem da relação de Euler com o auxílio do software *Uma Pletora de Poliedros* a partir da perspectiva vygotskyniana. Os pesquisadores realizaram um estudo de caso com alunos de 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública de Porto Alegre, no qual foram aplicados questionários visando identificar as ideias prévias dos estudantes, como também o que foi aprendido após o estudo do conteúdo com o uso do software. Além disso, foi aplicada aos alunos uma atividade proposta pelo próprio software para ser realizada junto ao uso deste recurso. Ao fim da pesquisa, os autores concluíram que o software contribuiu com a aprendizagem do conteúdo, pois auxiliou aos estudantes na compreensão de que poliedros são tridimensionais e que possuem uma relação entre seus elementos: vértices, faces e arestas.

O autor Garcia Filho (2014) também realizou uma pesquisa com uso da *Pletora de Poliedros* para o ensino de Geometria Espacial. O pesquisador propõe um ensino mais dinâmico para abordagem da planificação dos poliedros, representação 3D e relação de Euler, que são conceituados ao longo da pesquisa. Os softwares de geometria dinâmica são explorados como potencializadores do processo de ensino e aprendizagem, dando ênfase ao software *Uma Pletora de Poliedros*. A experimentação da pesquisa foi realizada com alunos do Ensino Fundamental da escola “João Netto de Campos” da rede pública de Goiás, para qual se utilizou a metodologia de estudo de caso e questionários para coleta de dados. Garcia Filho (2014) descreveu os recursos do *software* e como utilizá-los. Aplicou questionários e utilizou o software junto aos alunos participantes da pesquisa. Com os dados levantados, o autor relatou que a visualização contribuiu significativamente para a aprendizagem do conteúdo.

Schnornberger (2014) estudou o ensino de Geometria com o uso de objetos digitais, em especial o *software Uma Pletora de Poliedros*. O pesquisador buscou, por meio de uma sequência didática, analisar as contribuições desse *software* geométrico para a aprendizagem de Geometria Espacial. A experimentação da pesquisa foi realizada com alunos da 3ª série do Ensino Médio da Escola Estadual Bento Gonçalves, localizada no município de Canoas, no Rio Grande do Sul. Para realização da sequência didática, o autor utilizou a metodologia de estudo de caso somada à teoria de Van Hiele e a aplicação de questionários. Schnornberger propôs para os alunos, na sequência de ensino, algumas atividades disponíveis no *software* e algumas questões de vestibular e as analisou a partir de Van Hiele. O autor relatou seu diário

de campo e realizou a análise dos questionários aplicados na sessão de ensino. Com a pesquisa realizada, o pesquisador afirmou que “o uso da Pletora de Poliedros pode sim auxiliar muito na visualização dos objetos e no aprendizado da Geometria Espacial, desde que alinhada a uma boa sequência didática” (SCHNORNBERGER, 2014, p. 6)

Diante das produções científicas apreciadas, que contribuíram para a reflexão em torno das diferentes abordagens que a utilização das tecnologias como instrumentos didáticos pode trazer para o processo de ensino e aprendizagem, adotou-se na sessão de ensino analisada nesta dissertação a utilização do *software Uma Pletora de Poliedros*, com o objetivo de analisar sua contribuição para o desenvolvimento de habilidades geométricas correspondentes ao conteúdo Poliedros Regulares.

4 METODOLOGIA

Neste capítulo, embasados em recomendações e estudos com a utilização de *softwares* educacionais de Geometria Dinâmica, apresenta-se o *software Uma Pletora de Poliedros* como recurso didático para o ensino de Poliedros.

Como metodologia de pesquisa, adotou-se a Engenharia Didática, desenvolvida por Artigue (1988) e descrita como realizações de ensino em sala de aula. Esta metodologia conta com quatro fases, em que são desenvolvidas as análises preliminares, a concepção e análise *a priori*, a experimentação, a análise *a posteriori* e a validação da engenharia concebida.

Para análise e tabulação dos dados colhidos por meio dos questionários, aplicados na análise *a priori* e sobre sessão de ensino, utilizou-se a planilha eletrônica da Microsoft (Excel/versão 2007) e a Técnica de Análise do Conteúdo de Bardin (2016).

À vista disso, nesta sessão são apresentados e ilustrados os recursos do *software*, as fases da metodologia de pesquisa adotada são descritas, bem como é apresentado o quadro teórico para análise dos dados.

4.1 A PLETORA DE POLIEDROS

Como parte do projeto de Conteúdos Digitais em Matemática para o Ensino Médio (CDME), o *software Uma Pletora de Poliedros* foi desenvolvido pela Universidade Federal Fluminense para possibilitar a potencialização do ensino e aprendizagem de Poliedros.

O *software* é gratuito e pode ser acessado pelo endereço eletrônico do CDME <<http://www.uff.br/cdme/pdp/>>, que funciona como um repositório de recursos didáticos digitais matemáticos, no qual também podem ser encontrados outros *softwares* e experimentos educacionais que podem auxiliar o professor em suas aulas de Matemática.

Uma Pletora de Poliedros também pode ser acessado pelo endereço alternativo <<http://www.cdme.im-uff.mat.br/>>. Na página do *software*, está disponível a opção de *download* para instalação no computador para uso de forma off-line. Mesmo podendo ser executado em qualquer sistema operacional, o *software* precisa da linguagem JAVA instalada.

Segundo Bortolossi (2009), *Uma Pletora de Poliedros* é

um *software* interativo que permite a visualização e manipulação de vários tipos de poliedros (os platônicos, os prismas, as pirâmides, e outros). Várias operações geométricas estão disponíveis nele, como o cálculo de um sólido dual, cortes por seções, planificação, truncamento e estrelamento. O *software* também informa o número de vértices, arestas e faces de cada poliedro e sua característica de Euler.

Trata-se de um *software* de Geometria Dinâmica com características de *software* simulador, posto que não só permite a alteração de alguns parâmetros, como também a observação do objeto a partir da configuração dada.

Para Merlo e Assis (2010, p. 10), os *softwares* de simulação envolvem

a criação de modelos dinâmicos e simplificados do mundo real permitindo a exploração de progressos reais e fictícios e os conduzindo a uma situação real de aprendizagem. A grande vantagem das simulações é a possibilidade de mudar e acrescentar dados e variáveis, manipulando assim os elementos que irão intervir na experiência. A simulação motiva respostas, a análise dos resultados e refina conceitos.

A *interface* do *software* é amigável, com plano de fundo em cor suave e simulações em cores vibrantes, o que contribui para cativar a atenção do aluno, como pode ser visto na figura 1. Os ícones de navegação são sugestíveis para as ações disponíveis e facilitam aos estudantes seu direcionamento para a ação desejada.



Figura 1 - Interface do *software* *Uma Pletora de Poliedros*.

Como ilustrado na Figura 2, a página inicial do *software* permite a escolha do poliedro que se quer estudar, disponibilizando doze opções: Sólidos Platônicos, Arquimedianos, de Johnson, de Catalan; Prismas, Antiprismas; Pirâmides; Toróides; Cosmogramas de Leonardo; Hexaedros; Icosaedros e animais.



Figura 2 - Opções de Poliedros disponíveis no *software*.

A partir da escolha do sólido é possível explorá-lo. O recurso de planificação do poliedro está disponível para o usuário na página inicial do *software*, a partir do link na parte inferior da tela. Ao clicar no link, o usuário é direcionado para o molde de construção do poliedro, em que é possível observar sua planificação e as “abas” para sua construção por meio de colagem, como na figura 3. O arquivo gerado pode ser impresso e/ou salvo no computador.

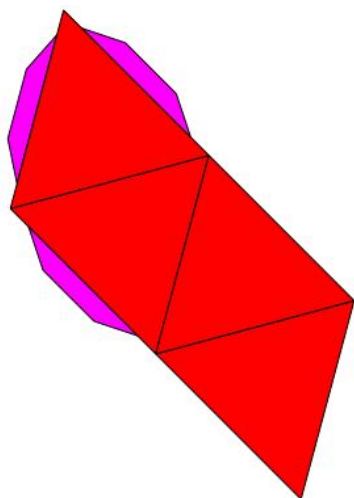


Figura 3 – Molde de construção do Tetraedro Regular.

Outros recursos disponíveis podem ser explorados por meio das abas do *software*. Na aba **exibir**, é facultado exibir os elementos do sólido (vértice, aresta e face), o dual e o dual topológico, além de configurar a transparência do sólido por meio do controle deslizante, como pode ser visto na figura 4.



Figura 4 - Recursos da Aba Exibir.

Como ilustrado na figura 5, na aba **cortar** é permitido o corte por planos e a utilização dos controles deslizantes para ajustar a posição do plano, tendo a opção de mostrar ou não o plano de corte e o vetor ortogonal.



Figura 5 - Recursos da Aba Cortar.

A aba **montar**, conforme figura 6, possibilita que o sólido seja planificado e montado lentamente, tendo a animação da deformação controlada pelo parâmetro do controle deslizante.



Figura 6 - Recursos da Aba Montar.

Por fim, a aba **modelar** disponibiliza os recursos que permitem realizar os processos de trincar, trincar e preencher, esburacar e estrelar, conforme ilustrado na figura 7.



Figura 7 - Recursos da Aba Modelar.

O *software* coloca à disposição dos usuários tutoriais que ilustram como utilizar os recursos de cada aba existente na *interface*, como é ilustrado na figura 8. Eles apresentam também as teclas numéricas especiais, além de outras teclas úteis que permitem a exploração dos sólidos, como por exemplo, a tecla 9 que apresenta a relação de Euler para o poliedro selecionado e a tecla “w” que inicia a rotação automática do sólido.



Figura 8 - Opções de Tutoriais.

A *Pletora de Poliedros* permite configurar objetos para o estudo de processos geométricos. A Relação de Euler e os elementos dos Poliedros, como vértices, arestas e faces, podem ser intensamente explorados, já que o *software* faculta ao estudante tanto operar cada elemento individualmente, quanto o conjunto destes e, ainda, verificar o Teorema de Euler por meio de teclas de atalhos. Além desses recursos, o poliedro explorado pode sofrer influência de parâmetros como, por exemplo, o de transparência, que facilita a visualização tridimensional do objeto.

O *software* é uma alternativa para estudo do processo de truncamento de poliedros, que consiste na eliminação de partes de um sólido de forma simétrica realizada a partir de

seus vértices ou a partir de suas arestas, ou seja, é a eliminação das “pontas” do sólido, considerando um parâmetro definido.

O processo de truncamento acontece a partir da eleição do poliedro. Na figura 9, apresenta-se o dodecaedro truncado. Para obtê-lo, deve-se selecionar na aba “modelar”, as opções “habilitar modelagem”, “truncar” e, em seguida, escolher um valor para o parâmetro, por meio da barra de rolagem. Pronto! O dodecaedro truncado sem preenchimento foi obtido. Com intuito de lograr o poliedro truncado e preenchido, basta escolher a opção “truncar e preencher” da aba “modelar”. A partir desta opção, tem-se o dodecaedro, poliedro regular, truncado e preenchido, tornando-se um poliedro arquimediano: o dodecaedro truncado.



Figura 9 - Processo de Truncamento do Dodecaedro.

Processos geométricos – como cortes por seções, montagem e estrelamento – podem ser combinados com recursos que possibilitam uma visualização mais descomplicada, como por exemplo, a apresentação dos rótulos e coordenadas dos eixos dos vértices; aumento e diminuição da perspectiva; rotação, ampliação e redução do sólido; planificação e a visualização espacial dos objetos apresentados. Esses recursos facilitam a diferenciação entre a Geometria Plana e a Espacial, para que ambas sejam melhor compreendidas pelo aluno.

A opção por estudar a dualidade dos poliedros também está disponível entre os recursos oferecidos pelo *software*. A figura 10 ilustra o poliedro regular octaedro com seu respectivo dual, que consiste em outro poliedro, cujas arestas se obtêm unindo por segmentos de reta os centros das faces consecutivas do poliedro dado. Para obtê-lo basta selecionar a aba “exibir”, selecionar as opções “exibir vértices”, “exibir arestas”, “exibir faces” e “exibir dual topológico”. Nesse caso, permite-se ajustar a variação do parâmetro de transparência do poliedro original a partir da barra de rolagem.



Figura 10 - Processo de Dualidade: Octaedro e seu Dual Hexaedro.

Inúmeras são as possibilidades de configurações dos sólidos oferecidos pelo *software*. O ambiente gráfico oferece uma estética que contribui para instigar o interesse do estudante. Belas animações podem ser resultados das configurações dos poliedros e dos processos geométricos realizados pelos próprios alunos, despertando neles a criatividade e interesse pelo estudo de Geometria.

Garcia Filho (2014), em sua pesquisa focada na importância desta *Pletora de Poliedros* para o ensino de Geometria, observou que este *software* pode cooperar para a aprendizagem de conceitos geométricos, pois reúne recursos gráficos que permitem explorar conteúdos, como os elementos dos Poliedros, além do cálculo da área das superfícies destes sólidos, a classificação, a dualidade topológica, entre outros conceitos.

Em adição à exploração geométrica, o *software* disponibiliza também o guia do professor, que é um manual técnico e pedagógico para uso do *software*. O guia serve de suporte para a utilização do *software*, tendo em vista que ele apresenta observações técnicas e sugestões metodológicas. Além de, possivelmente, oferecer apoio na utilização dos recursos, o manual propõe meios de inseri-los na sala de aula. Nele consta a descrição do *software*, que tem como objetivo:

exercitar visualização espacial; identificar, comparar e analisar atributos geométricos e topológicos dos poliedros e, ao mesmo tempo, desenvolver o vocabulário necessário para descrever estes atributos; investigar, formular e argumentar sobre as propriedades resultantes das operações geométricas aplicadas aos poliedros (BORTOLOSSI, 2009).

Este material recomenda a utilização do *software* para apresentação do conteúdo Poliedros, e sugere que ele seja adotado como uma atividade extraclasse, com um projetor multimídia em sala, ou como uma prática de laboratório sob supervisão do professor, momento em que sucede a interação do estudante com o computador e a Matemática.

Como auxílio para o professor, o *software* disponibiliza um formulário de acompanhamento do aluno, em que constam exercícios que abrangem diferentes níveis de dificuldade. Nele estão propostas atividades de visualização, Relação de Euler, classificação e seções planas dos diversos poliedros explorados com o *software*.

Na realização das atividades, por meio das respostas dos comandos do *software*, da investigação e da reflexão, o estudante pode ser induzido a tentativas que forneçam os resultados esperados. Essa forma de estudo favorece o desenvolvimento do raciocínio do estudante, bem como promove a descoberta pela ação-reflexão-ação.

Esses exercícios podem ser resolvidos em sala de aula com a orientação do professor, ou serem entregues posteriormente, para discussão sobre o conteúdo. As respostas das questões não estão disponíveis na atividade, não obstante podem ser solicitadas pelo endereço de e-mail conteudosdigitais@im.uff.br, disponível não só para o envio de dúvidas, mas também para o suporte ao usuário, a fim de esclarecimentos técnicos e conceituais.

O *software* disponibiliza, também, uma página para sua avaliação específica e avaliação de seus requisitos pedagógicos, o que evidencia a preocupação dos desenvolvedores em atender satisfatoriamente as demandas dos usuários.

Nessa avaliação é questionado se o usuário do *software* deseja a contemplação de algum outro poliedro; se o conteúdo textual é claro; se há sugestões para modificações; se o

utilizaria para explorar conceitos com os alunos; se há interatividade; se a linguagem utilizada é adequada; se o conteúdo está contextualizado e se instiga a interdisciplinaridade, o que demonstra o interesse em ofertar um *software* que atenda o professor em suas demandas pedagógicas no processo educacional.

Somado a todos os recursos já mencionados, o *software Uma Pletora de Poliedros* pode também ser explorado em conjunto com outros *softwares* educacionais como, por exemplo, o *software Poliedros de Platão e seus duais*, disponível também no site do CDME. O ensino articulado com diferentes *softwares* pode possibilitar uma ampla exploração do objetivo de estudo, com suma compreensão sobre os conceitos explorados.

4.2 A ENGENHARIA DIDÁTICA

Utilizada como metodologia de pesquisa qualitativa, a Engenharia Didática ascendeu no início de 1980 no IREM (Instituto de Investigação do Ensino de Matemática), a partir de inúmeras discussões sobre a pesquisa francesa em Didática da Matemática. Desenvolvida com a finalidade de observar e analisar situações didáticas, a Engenharia Didática contribui para as práticas de investigação do ensino de Matemática na sala de aula.

Dentro da Engenharia Didática, há a Teoria das Situações Didáticas desenvolvida na França por Guy Brousseau¹⁵ em 1970. Esta teoria contribui para descrever situações de aprendizagem de conceitos matemáticos. Artigue (1996 *apud* POMMER, 2013, p. 24) aponta a Teoria das Situações Didáticas como referência à metodologia de Engenharia Didática, e afirma que, desde seu início, a proposta era torná-la uma teoria de controle entre as relações de sentido e as situações. Como uma contraposição à forma didática clássica, a Teoria de Brousseau descreve que uma situação didática é:

um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição [...] o

¹⁵ Guy Brousseau, educador matemático, nasceu em Taza, Marrocos, em 4 de fevereiro 1933. Contribuiu para a Didática da Matemática Francesa e Desenvolveu a Teoria das Situações Didáticas, como discorre Freitas (2012). Possui o título de Doutor *honoris causa* concedido pelas Universidades de Montreal (Canadá), Genebra (Suíça) e Córdoba (Espanha). É aposentado pela Universidade de Bordeaux e pelo IUFM (Instituto Universitário de Formação de Professores), na França.

trabalho do aluno deveria, pelo menos em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes (BROUSSEAU 1986 *apud* FREITAS, 2012, p. 80).

Artigue (1988), em sua dedicação ao estudo da Engenharia Didática, compara esta metodologia ao trabalho de um engenheiro, que:

[...] para realizar um projeto preciso, se apoia sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle do tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos bem mais complexos que os objetos depurados da ciência e, portanto, a enfrentar praticamente, com todos os meios de que dispõe, problemas que a ciência não quer ou não pode levar em conta (ARTIGUE, 1988, p. 283, tradução nossa).

Reconhecendo-a como uma pesquisa experimental, Artigue (1988, p. 285) caracteriza a Engenharia Didática “como um esquema experimental baseado sobre ‘realizações didáticas’ em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino”, ou seja, a Engenharia se baseia nas práticas didáticas de sala de aula. Segundo Douady (1993 *apud* MACHADO, 2012, p. 234) esta metodologia se caracteriza como:

uma sequência de aula(s) concebida(s), organizada(s) e articula(s) no tempo, de forma coerente, por um professor-engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para uma certa população de alunos. No decurso das trocas entre professor e alunos, o projeto evolui sob as reações dos alunos e em função das escolhas e decisões do professor.

A metodologia, anteriormente citada, dispõe de dois níveis: a microengenharia, que possui como objeto o estudo de determinado conceito (em especial no espaço de sala de aula), e a macroengenharia, que provém da composição da microengenharia com os fenômenos relacionados ao processo de ensino e aprendizagem.

Almouloud e Silva (2012) dividem a Engenharia Didática em duas gerações, sendo a primeira geração concebida conforme os estudos de Artigue (1988), e a segunda geração embasada nos estudos de Perrin-Glorian, que tem como objetivo o desenvolvimento de objetos e recursos de aprendizagem para o ensino em sala de aula ou para a formação de professores.

Em nossa pesquisa, adotou-se a Engenharia Didática de primeira geração, no nível da microengenharia, sendo propostas, para futuros estudos, a aplicação e produção de recursos previstos pela Engenharia Didática de segunda geração, na qual será possível utilizar as observações, as análises e os resultados alcançados nesta pesquisa.

Dessa forma, direcionou-se a metodologia deste trabalho para a proposta original de Michèle Artigue (1988), na qual a Engenharia possui quatro fases em seu processo experimental, sendo elas: fase 1: análises preliminares; fase 2: concepção e análise *a priori* das situações didáticas; fase 3: experimentação e a fase 4: análise *a posteriori* e validação.

Segundo Artigue (1988), as fases pelas quais a pesquisa perpassa devem ser retomadas e aprofundadas durante a pesquisa sempre que necessário, sendo, portanto, um trabalho simultâneo, excluindo-se a concepção de linearidade no processo experimental da pesquisa.

Na primeira fase da metodologia, não apenas são feitas análises prévias referentes ao cenário teórico didático geral, como também sobre os conhecimentos didáticos específicos do conteúdo que a pesquisa envolve. Artigue (1988, p. 288) descreve que a “primeira fase está estruturada em torno da análise do funcionamento do ensino comum”.

Nessa fase, é abordado o conteúdo a ser ensinado, a análise do ensino frequente do conteúdo e seus efeitos, a análise prévia das concepções dos alunos, das dificuldades e obstáculos que interferem em sua evolução, e a análise do campo em que será realizada a pesquisa, considerando sempre os objetivos específicos da investigação.

A análise preliminar viabiliza o levantamento da dimensão epistemológica com a investigação da história do conteúdo que será trabalhado, da dimensão cognitiva com o apontamento das dificuldades dos alunos, e da dimensão didática com a análise da ação do professor e da revisão do conteúdo em livros e demais materiais didáticos, e motiva as análises da segunda fase da Engenharia Didática.

Na segunda fase, a metodologia prevê o estudo da concepção e análise *a priori* das situações didáticas. Com o pesquisador já orientado pelas análises prévias, nessa fase é determinado o número de variáveis referentes ao sistema didático sobre o qual o ensino pode atuar.

Para a análise da Engenharia Didática, Artigue (1988, p. 291) propõe dois tipos de variáveis de comando: “as *variáveis macrodiáticas* ou *globais* relativas à organização global da engenharia e as *variáveis microdiáticas* ou *locais* relativas à organização local da engenharia, ou seja, a organização de uma sessão ou de uma fase”. Estas variáveis, tanto de ordem geral quanto específicas, são interdependentes, porquanto a concepção geral deve promover a invenção, a organização e o desenvolvimento das situações locais.

A análise *a priori* está centrada nas características de uma situação adidática¹⁶, criada pelo professor/pesquisador, que serão desenvolvidas com os alunos participantes da experimentação. O objetivo desta fase está em:

determinar no que as escolhas feitas permitem controlar os comportamentos dos alunos e o significado de cada um desses comportamentos. Para isso, ela vai se basear em hipóteses e são essas hipóteses cuja validação estará, em princípio, indiretamente em jogo, na confrontação entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori* a ser operada na quarta fase (ARTIGUE, 1988, p. 294, tradução nossa).

Essa fase envolve o comportamento do aluno como principal ponto de análise, devendo ser considerado em seu estudo o seguinte:

- Descrever cada escolha feita das variáveis locais, relacionando-as às escolhas das variáveis globais, e as características da situação adidática criada;
- Analisar o desafio que a situação adidática representa para o aluno, derivado das possíveis ações, escolhas, decisões, controle e validação que o aluno terá na experimentação;
- Prever as condutas possíveis e demonstrar como essa análise pode propiciar o controle do sentido desses comportamentos, e como sua ocorrência pode resultar no desenvolvimento do conhecimento proposto para aprendizagem.

A experimentação, terceira fase da Engenharia, consiste na aplicação da sequência didática com um número de alunos pré-determinado. Nessa etapa, devem ser apresentados aos participantes os objetivos e as condições de realização da pesquisa, conforme já descritos na análise *a priori*. Deve ser, também, firmado o contrato didático¹⁷, aplicado os instrumentos e registradas as observações feitas durante o processo experimental.

Na execução da proposta da sessão de ensino devem ser respeitadas as escolhas realizadas na análise *a priori*, sendo possível, segundo Artigue (1988), utilizar metodologias externas, como a realização de entrevistas individuais ou em pequenos grupos e a aplicação de questionários em diversos momentos de ensino ou ao final da experimentação.

¹⁶ A situação adidática é considerada como um tipo de situação didática. Na situação adidática o aluno vivencia a situação de ensino como se fosse um pesquisador que busca solução para as questões sem a ajuda do professor. O sucesso do aluno nessa situação significa a sintetização de conhecimento pelo seu próprio mérito. FREITAS (2012).

¹⁷ O contrato didático é composto por regras e convenções que podem ser comparadas a cláusulas de um contrato que fundamenta a relação professor e aluno, conforme SILVA (2012). O conjunto das cláusulas embasa os comportamentos esperados entre professor e aluno na situação de ensino.

A análise *a posteriori* e a validação, quarta e última fase da Engenharia Didática, consiste na investigação do conjunto de dados observados e obtidos pelo pesquisador, durante as sessões de ensino, por meio de registros audiovisuais e escritos. Esta fase é caracterizada pelo tratamento dos dados colhidos e sua confrontação com a análise *a priori*, possibilitando interpretar os resultados e verificar como as questões propostas foram respondidas, analisar a existência de impasses e as contribuições da experimentação para sua superação, permitindo que seja feita a validação, ou não, das hipóteses levantadas no início da pesquisa.

Com o intuito de realizar uma organização visual integrativa das fases da Engenharia Didática, apresenta-se na figura 11 um mapa conceitual¹⁸, confeccionado pela autora por meio do *software* Cmap Tools¹⁹, em que são relacionados os conceitos envolvidos nesta metodologia de pesquisa.

¹⁸ Com sua origem em estudos de David Ausubel sobre a aprendizagem significativa, os mapas conceituais são elaborados a partir dos conhecimentos dos educando sobre uma determinada ação, de modo que os conceitos conhecidos são relacionados de forma autônoma, como descreve Menegolla (2006).

¹⁹ *Software* gratuito próprio para confecção de mapas conceituais. O *Download* do Cmap Tools em Português pode ser feito pelo endereço eletrônico <<http://cmaptools.softonic.com.br/>>.

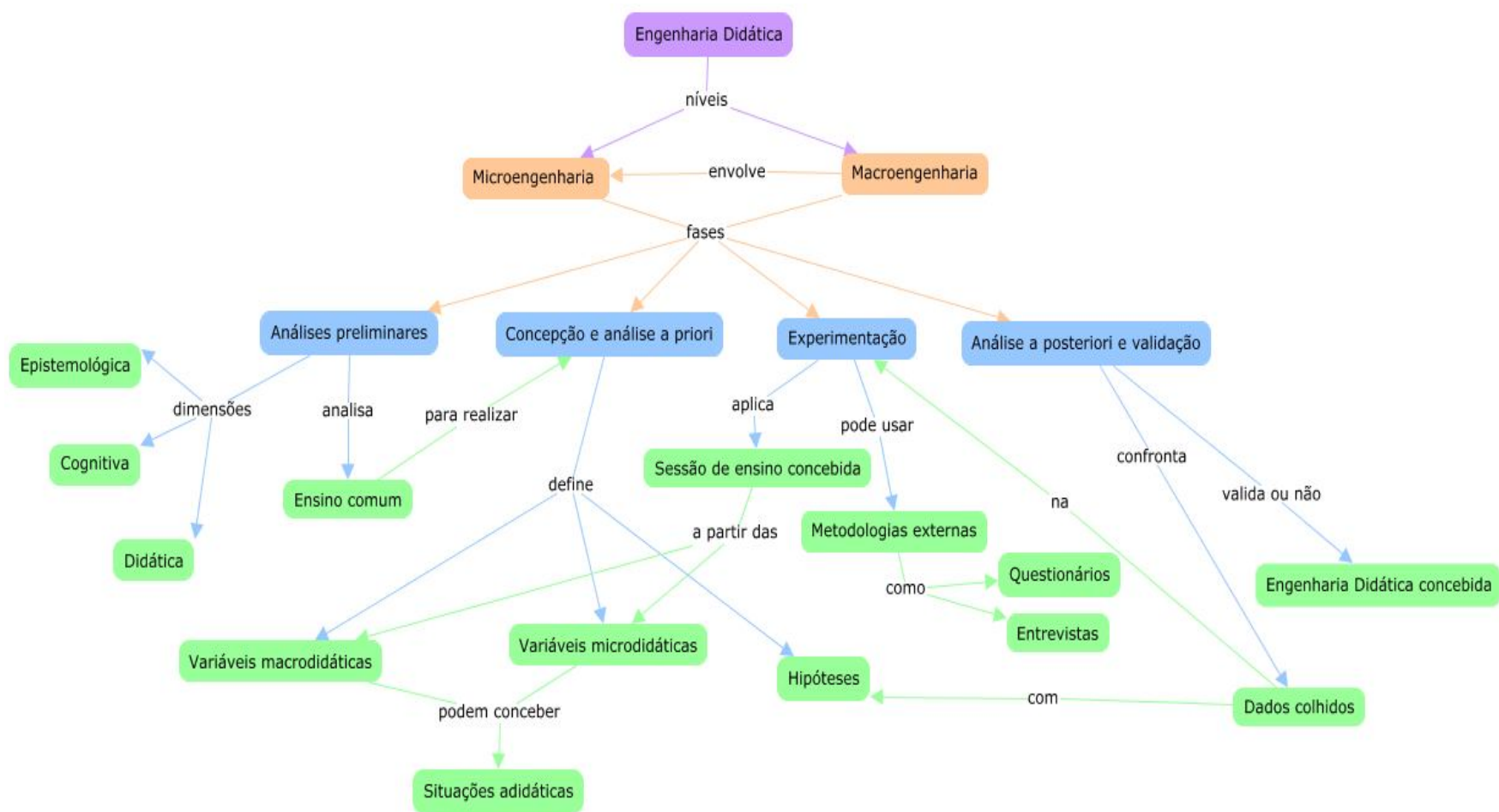


Figura 11 - Mapa Conceitual da Engenharia Didática.

Fonte: a autora

Diante da descrição da Engenharia Didática, observa-se que este campo metodológico apresenta percursos essenciais para uma pesquisa experimental, que depende da análise *a priori* e *posteriori* para validação das hipóteses, o que contraria a concepção de muitas metodologias de pesquisa, que são confrontadas por meio de pré-teste e pós-teste. Logo, a Engenharia proporciona aos professores subsídios para o uso de uma opção metodológica que se baseia nas situações didáticas de sala de aula, vinculando a teoria com a prática de ensino.

4.3 SUBSÍDIOS PARA ANÁLISE DE DADOS

Nesta pesquisa, para tabular as respostas dadas às perguntas fechadas dos questionários I e II, aplicados antes e depois da sessão de ensino, respectivamente, adotou-se a planilha eletrônica da Microsoft (EXCEL/ versão 2007).

Para análise das respostas às perguntas abertas do questionário III, aplicado após a sessão de ensino, adotou-se a técnica de Análise de Conteúdo (AC) desenvolvida por Laurence Bardin em 1977. Como referência para esta pesquisa foi utilizada a obra “Análise de Conteúdo” de Bardin, com edição revista e ampliada em 2016.

Segundo Ramos e Salvi (2009, p. 2), esta técnica se trata de um “conjunto de instrumentos metodológicos que se aperfeiçoa constantemente e que se aplica a discursos diversificados”. Os autores afirmam que a técnica auxilia a desvelar o que está oculto nos textos, por meio de sua decodificação.

A apreciação dos dados por meio da Análise de Conteúdo conta com algumas etapas, a fim de dar significado aos dados colhidos na pesquisa. Esta técnica se desenvolve em torno de três polos cronológicos, sendo elas: a pré-análise, a exploração do material e o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

A pré-análise é a fase de organização, etapa desenvolvida para a sistematização das ideias iniciais, a fim de se conduzir as próximas fases da análise. Assim, nessa fase, é realizada a escolha dos documentos a serem analisados e também a formulação de indicadores para a interpretação dos dados. Segundo Bardin (2016, p. 125), a pré-análise “corresponde a um período de intuições, mas tem por objetivo tornar operacionais e sistematizar as ideias

iniciais, de maneira a conduzir a um esquema preciso do desenvolvimento das operações sucessivas, num plano de análise”.

Na segunda fase é realizada a exploração do material por meio de procedimentos aplicados manualmente ou por meio do computador. Bardin (2016, p. 131) descreve que “esta fase, longa e fastidiosa, consiste essencialmente em operações de codificação, decomposição ou enumeração, em função de regras previamente formuladas”.

A terceira fase é responsável pelo tratamento dos resultados, de inferências e interpretações dos dados colhidos. Bardin (2016, p. 131) afirma que nesta fase as “operações estatísticas simples (percentagens) ou mais complexas (análise fatorial), permitem estabelecer quadros de resultados, diagramas, figuras e modelos, os quais condensam e põem em relevo as informações fornecidas pela análise”.

Portanto, na terceira fase, já com os resultados obtidos, o analista pode propor inferências e interpretações sobre os objetos previstos, favorecendo a análise crítica e reflexiva sobre os dados da pesquisa.

Diante destas fases, esclarece-se que a Análise de Conteúdo é adotada como um instrumento diagnóstico, em que “seu procedimento não é obrigatoriamente quantitativo” (BARDIN, 2016, p. 144).

Assim, entende-se que as análises quantitativa e qualitativa podem estar presentes na análise do conteúdo, de modo que a abordagem quantitativa está fundamentada na frequência da aparição de determinados elementos da mensagem, enquanto a abordagem não quantitativa se fundamenta em indicadores que permitem inferências.

5 PROCEDIMENTOS DA PESQUISA

Neste capítulo apresenta-se a descrição e análise da Engenharia Didática concebida nesta pesquisa. A partir dos procedimentos, confrontam-se as análises *a priori e a posteriori* e realiza-se a validação ou não da Engenharia Didática concebida.

Não apenas as análises prévias do ensino do conteúdo Poliedros Regulares, bem como a concepção e realização das ações de ensino do conteúdo e também os instrumentos utilizados para o levantamento de dados, como atividades e questionários, são apresentados nessa sessão, que conta, ainda, com a descrição da realização das atividades e os resultados.

5.1 ANÁLISES PRELIMINARES

Iniciando as fases pressupostas pela Engenharia Didática, foram realizados os estudos prévios em torno do tema Poliedros Regulares, igualmente conhecidos como Poliedros Platônicos. Foi considerada, nesse estudo, a distinção das três dimensões sugeridas por Artigue (1988, p. 289): a dimensão epistemológica, a dimensão didática e a dimensão cognitiva.

Ao realizar a análise prévia, considerou-se os R's como critérios de seleção de conteúdos defendidos por Silva (2009). Dentre os critérios definidos, explorou-se os critérios de “realidade” e “recursão” no conteúdo proposto para a sessão de ensino.

O critério “realidade” foi identificado na pesquisa quando considerada a possibilidade de modelar o tema por meio de um objeto real, como a bola de futebol, trazendo para a sessão de ensino o cotidiano do aluno, de forma a contextualizar os conceitos geométricos envolvidos.

A “recursão” foi pensada ao dispor o conteúdo de forma que pudesse ser retomado, conforme o avanço nos estudos, tanto nos próprios temas da Matemática – relacionando as operações dos Poliedros Platônicos com outros tipos de poliedros, como os Poliedros Arquimedianos – como também no avanço em estudos de outras áreas, como por exemplo, a relação dos Poliedros Platônicos com a Filosofia, Física e Biologia.

Dando continuidade, fez-se a análise da dimensão epistemológica do tema de estudo, e nela pôde-se caracterizar o conhecimento estudado, a começar por defini-lo: *Um Poliedro Regular é um poliedro convexo em que as faces são polígonos regulares congruentes e que em todos os vértices concorrem com o mesmo número de arestas.*

A definição de Poliedro Regular exige a compreensão de outras definições, como o conceito de Polígono Regular e o de Poliedro Convexo, o que demonstra a interdependência dos conceitos de Geometria, evidenciando a importância da aprendizagem efetiva de todos os conceitos envolvidos.

Além dos conceitos já mencionados, o estudo de Poliedros Regulares pode explorar, ainda, o quadro algébrico e o quadro geométrico por meio da Relação de Euler e dos processos de dualidade, truncamento e planificação, todos relacionados intimamente com os elementos destes sólidos: vértices, arestas e faces.

Ao buscar a integração do tema com os demais conhecimentos, foi possível verificar que os Poliedros Regulares podem ser tratados de forma interdisciplinar com os conhecimentos de Filosofia, Física e Biologia.

Com a Filosofia, podem-se integrar os Poliedros Regulares por meio da trajetória do filósofo Platão, com suas contribuições para a Matemática. Os estudos de Platão sobre os Poliedros Regulares rendeu a ele a homenagem de possuir seu nome nos sólidos geométricos regulares, quando passaram a ser conhecidos como Poliedros de Platão.

Na Física, é possível discutir o modelo de Johannes Kepler²⁰ sobre a disposição dos planetas (conhecidos até 1596: Saturno, Júpiter, Marte, Terra, Vênus e Mercúrio) no universo, em que os sólidos platônicos estariam circunscritos nas órbitas dos planetas.

Integrando a Biologia aos Poliedros Regulares, verificou-se que alguns microrganismos podem assumir formas de Poliedros Regulares como, por exemplo, o Protista Radiolário Circogonia Icosahedra e o vírus da Herpes, que possuem suas estruturas em forma de um icosaedro regular.

Além dessas articulações de conteúdos, é possível apresentar conexões dos Poliedros Regulares com o cotidiano do estudante, por meio da bola de futebol que se trata de um icosaedro regular após o processo de truncamento, quando se torna um Poliedro Arquimedeano.

²⁰ Johannes Kepler foi considerado o fundador da astronomia física. Formulou três leis do movimento planetário e se dedicou também à matemática, e a ela deu importantes contribuições. BORGES (2013).

Assim, é possível apresentar ao aluno a interconexão dos conceitos matemáticos e a contextualização do conteúdo geométrico. Isso mostra, portanto, a presença das formas geométricas dos Poliedros de Platão em diferentes áreas de estudos e no nosso cotidiano. Esclarece-se que esta integração foi abordada com os alunos durante a sessão de ensino de forma sucinta, por não contar com professores específicos dessas áreas para auxiliar na discussão.

Somado a esses estudos, buscou-se analisar, na dimensão didática, o livro didático acessível aos alunos participantes da pesquisa com o objetivo de verificar a exploração dos Poliedros Regulares nesse material didático, assim como Simões (1995 *apud* MACHADO, 2012, p. 239) que considerou, em sua pesquisa com a Engenharia Didática, textos de livros didáticos utilizados no ensino por volta de 1994.

Faz-se necessário esclarecer que até o momento de experimentação da sessão de ensino, não haviam sido distribuídos livros didáticos aos alunos da 1ª série do Curso Técnico Integrado ao Ensino Médio do *Campus* Santo Antônio de Pádua do Instituto Federal Fluminense.

Dessarte, os alunos tinham acesso apenas a alguns exemplares da coleção de Ensino Médio “Matemática: ciência e aplicações” do Programa Nacional do Livro Didático – 2012, escrito por Gelson Iezzi (et al, 2010), que pertenciam à biblioteca do *Campus* para consulta. Por este motivo, a análise da dimensão didática foi realizada a partir dessa coleção de livro didático acessível aos alunos.

No segundo volume da referida coleção de livro didático, constatou-se o estudo da Geometria Espacial de posição no capítulo 9, que é dividido em 18 seções denominadas de: Um pouco de história; Introdução; Noções primitivas (ou iniciais); Proposições primitivas (ou iniciais); Determinação de planos; Posições relativas de dois planos; Posições relativas de uma reta e um plano; Posições relativas de duas retas; Algumas propriedades; Ângulos de duas retas; Retas que formam ângulo reto; Reta e plano perpendiculares; Planos perpendiculares; Projeções ortogonais; Distâncias; Teoremas fundamentais; Introdução ao estudo dos sólidos geométricos; e Formas reais e formas geométricas.

Na primeira sessão do capítulo 9, os autores do livro trazem ao estudante um pequeno relato histórico sobre o assunto estudado, apresentando a contribuição de três grandes matemáticos: Tales de Mileto, Pitágoras e Euclides. Na sessão de introdução, usa-se o cubo

como ponto de partida para abordar os elementos vértices, arestas e faces, exemplificando o sólido com objetos do cotidiano, como dados de jogar e caixas-d'água.

A partir de então, o conteúdo curricular Sólidos Geométricos só é retomado na 17ª seção do capítulo, quando se introduz o estudo dos sólidos geométricos, baseado em imagens de obras de engenharia e arquitetura desenvolvidas em formatos geométricos. Na seção de formas reais e formas geométricas, os autores apresentam algumas formas geométricas alicerçadas a imagens de objetos que constituem formas reais desses sólidos.

Como subitem desta seção, tem-se a exploração de formas tridimensionais dos sólidos geométricos e a definição de Poliedro. Junto à definição, há a exemplificação por meio do paralelepípedo, cubo, prisma hexagonal e pirâmide triangular. Os autores tornam a mencionar sobre as faces, vértices e arestas dos sólidos, definem corpos redondos e encerram o capítulo informando que os principais poliedros serão estudados no capítulo 10 e 11, que tratam de prismas e pirâmides, respectivamente.

Não foi encontrado nenhum exercício resolvido sobre os temas abordados no capítulo 9, apenas exercícios propostos e, dentre eles, apenas um tratou sobre vértices e faces de um sólido para exercitar o conhecimento sobre retas e planos.

Em busca pela abordagem dos principais poliedros, realizou-se o estudo do capítulo 10 e 11 do livro didático. No capítulo 10, destinado aos prismas, observou-se a exemplificação dos prismas por meio das formas: prisma oblíquo triangular, prisma reto quadrangular, prisma reto pentagonal, prisma oblíquo hexagonal, prisma reto heptagonal. Notou-se a exploração do paralelepípedo e do cubo, ambos com direcionamento para os cálculos de área, volume e diagonal do sólido.

No capítulo 11, os autores buscaram apresentar as pirâmides, considerando o polígono da base, e foram citadas as seguintes formas: pirâmide triangular, pirâmide quadrangular, pirâmide pentagonal, pirâmide hexagonal e pirâmide heptagonal. Neste capítulo, são explorados a pirâmide regular e o tetraedro regular, com vertente para os cálculos de altura, volume e área da base, lateral e total.

Observou-se que os capítulos 10 e 11 trazem algumas planificações das formas geométricas abordadas para cálculos de área, volume e altura, entretanto não definem para o leitor o processo de planificação. Constatou-se igualmente, no decorrer de ambos os capítulos, a distribuição de exemplos de cálculos, exercícios resolvidos e exercícios propostos sobre os temas estudados. Dentre os exercícios apresentados, notou-se que os autores buscaram

contextualizar o conteúdo por meio das questões, contudo pouco associaram o conteúdo às demais áreas do conhecimento.

Diante da descrição feita, nota-se que no livro didático não há explícita abordagem do conteúdo Poliedros Regulares. Os autores apresentam a definição de Poliedros, mas não definem Poliedros Regulares. O livro não apresenta a Relação de Euler e somente em capítulos específicos dedicados aos prismas e pirâmides que são estudados o cubo e o tetraedro regular, porém não há no restante do livro a abordagem dos demais Poliedros Regulares: octaedro, dodecaedro e icosaedro.

Devido essa breve abordagem do conteúdo no livro didático acessível para os alunos participantes da pesquisa, considerou-se necessária a distribuição de material complementar (APÊNDICE A) que abordasse os conceitos, alvo do conteúdo, e as explicações sobre os processos geométricos que foram estudados na sessão de ensino.

Durante esta pesquisa, foram realizados três encontros²¹ com os estudantes. No primeiro, para dar continuidade às análises prévias em sua dimensão cognitiva, visou-se diagnosticar a concepção dos participantes da pesquisa a respeito do tema deste trabalho, a fim de situar-se sobre os conhecimentos prévios dos alunos em Geometria. No segundo encontro, realizou-se a experimentação da sequência de ensino concebida. Já no terceiro encontro, buscou-se a opinião dos estudantes quanto à utilização do *software Uma Pletora de Poliedros* para o estudo de Poliedros Regulares.

No primeiro encontro com os estudantes, foram explicados os objetivos e condições para realização da pesquisa. Foi proposto o questionário I (APÊNDICE B) e uma atividade diagnóstica (APÊNDICE C). Nesse momento contou-se com a participação de apenas 40 alunos da 1ª série do Curso Técnico Integrado ao Ensino Médio, quantitativo que pode estar relacionado com a realização do encontro na primeira semana de aula do ano letivo de 2016 no IFFluminense *Campus* Santo Antônio de Pádua.

Com o questionário I, aplicado aos estudantes no primeiro encontro, teve-se o intuito de levantar o perfil dos estudantes participantes da pesquisa. A partir desse questionário, constatou-se que, dos 40 estudantes, 18 são do sexo feminino e 22 do sexo masculino, com idade variada entre 14 e 17 anos.

²¹ Os encontros foram realizados durante os horários de aula do professor de Matemática regente das turmas dos estudantes que participaram da pesquisa.

Desses estudantes, verificou-se que 36 possuem computador em casa e todos os 40 participantes acessam à internet, sendo 35 deles diariamente, e os demais algumas vezes por semana. Estes dados permitem inferir que a maioria dos estudantes provavelmente não possui dificuldades para utilizar computador e internet para atividades escolares.

Foram levantados dados sobre como os estudantes cursaram o Ensino Fundamental, observando se os estudos nesse nível de ensino foram realizados em escolas públicas ou privadas. Como resultado obteve-se que a maioria dos alunos estudou todo o Ensino Fundamental em escola pública, conforme aponta o gráfico 2.

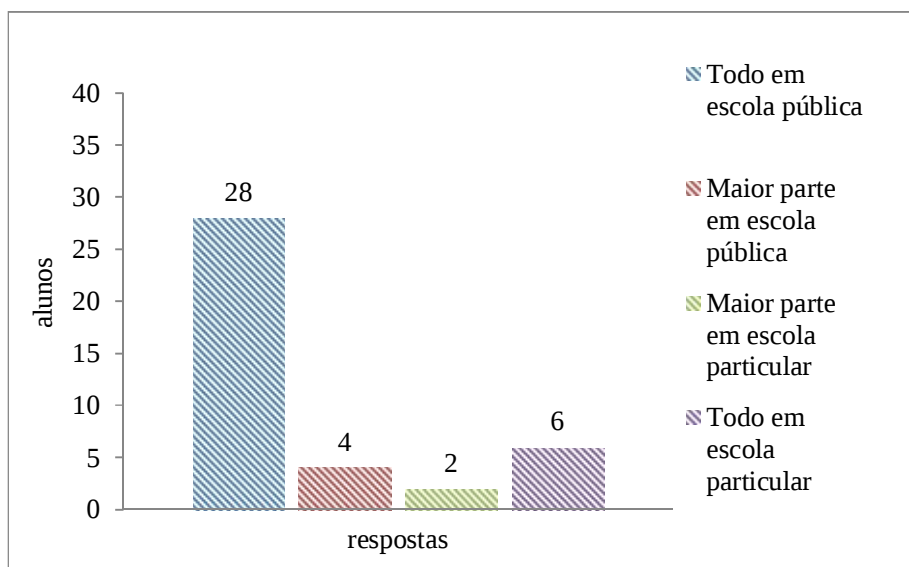


Gráfico 2 - Forma como os estudantes cursaram o Ensino Fundamental.

Foi questionado, ainda, sobre a existência de laboratório de informática nas escolas de que os alunos são procedentes. Desta questão, obteve-se que 23 alunos são oriundos de escolas com laboratórios de informática, enquanto as escolas provenientes de 17 deles não possuem esse ambiente.

Somado a esses dados, verificou-se que 17 estudantes, dos 23 que são oriundos de escolas que possuem laboratório de informática, nunca, ou quase nunca, usavam esse ambiente para atividades escolares. Diante desse quadro, infere-se que os professores dessas escolas pouco usavam o ambiente computacional para o ensino, o que pode estar relacionado, por exemplo, à zona de risco gerada pelo uso da tecnologia, à infraestrutura inadequada ou falta de apoio técnico especializado para o bom funcionamento do ambiente.

Foi possível inferir que 37 alunos consideram importante estudar Geometria na escola, enquanto 3 dos 40 alunos não veem importância nesse tema da Matemática. Com as questões sobre o ensino e aprendizagem de matemática, pode-se extrair dos alunos informações sobre a atenção nas aulas de Matemática e a compreensão do conteúdo, como ilustram os dados dos gráficos 3 e 4.

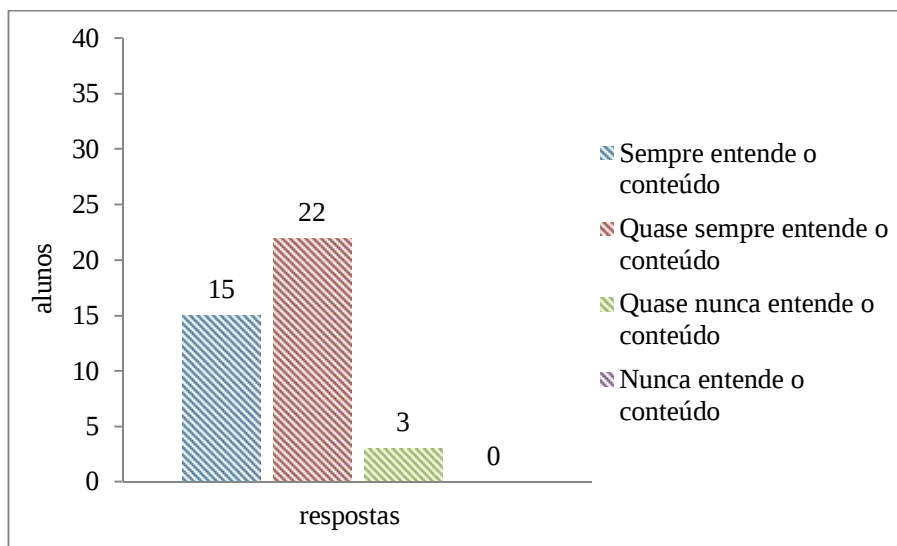


Gráfico 3 - Compreensão dos estudantes quanto aos conteúdos matemáticos ensinados na escola.

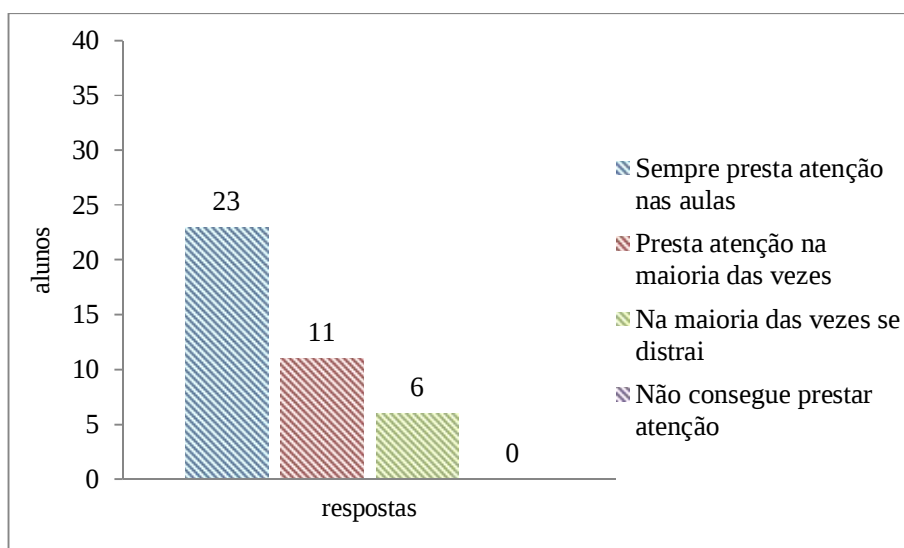


Gráfico 4 - Atenção dos estudantes em sala de aula para aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Considera-se que a atenção dada às aulas, como também a prática docente, pode refletir na aprendizagem dos conteúdos. Assim, cabe ao professor promover meios de aprendizagem que favoreçam a atenção dos alunos, contribuindo, então, para a compreensão dos conceitos. Dentre esses meios, foi trazida neste estudo a perspectiva de trabalho com a utilização da tecnologia.

Foi identificado também que 37 alunos consideram importante estudar Geometria na escola, porém somente 12 dos 40 estudantes afirmam que ouvem das pessoas que os conhecimentos geométricos são necessários para a sua formação, enquanto 14 do total de alunos afirmam que ouvem que estudar Geometria é “chato”.

Essas percepções podem estar relacionadas à apatia de alguns alunos ao estudarem Geometria, pois as concepções externas, em especial de pessoas próximas aos alunos, refletem no interesse desses ao estudarem determinados conteúdos.

Após a aplicação do questionário I, foi aplicada uma atividade diagnóstica que teve como objetivo verificar se os alunos tinham os conhecimentos mínimos sobre Polígonos e Poliedros.

Considerando os conceitos e procedimentos apresentados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática do 3º Ciclo do Ensino Fundamental, identifica-se que os conteúdos Polígonos e Poliedros possuem as seguintes abordagens no tema Espaço e Forma:

[...] Distinção, em contextos variados, de figuras bidimensionais e tridimensionais, descrevendo algumas de suas características, estabelecendo relações entre elas e utilizando nomenclatura própria;
Classificação de figuras tridimensionais e bidimensionais, segundo critérios diversos, como: corpos redondos e poliedros; poliedros regulares e não regulares; prismas, pirâmides e outros poliedros; círculos, polígonos e outras figuras; número de lados dos polígonos; eixos de simetria de um polígono; paralelismo de lados, medidas de ângulos e de lados [...];
Identificação de diferentes planificações de alguns poliedros [...];
Quantificação e estabelecimento de relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e de pirâmides, da relação desse número com o polígono da base e identificação de algumas propriedades, que caracterizam cada um desses sólidos, em função desses números [...] (BRASIL, 1998, p. 72-73).

Assim, foi elaborada uma atividade com questões que pudessem refletir os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o tema de estudo. Desta atividade foram observadas as respostas dadas às questões.

A primeira questão da atividade visou observar se os estudantes sabem distinguir formalmente as formas bidimensionais das formas tridimensionais, na qual se esperou como resposta a descrição de suas dimensões. Segundo Julio (2007, p. 74) na Geometria Euclidiana “dimensão está relacionada com medir”. Euclides (2001 *apud* Julio, 2007, p.74) diz que o plano “tem, somente, comprimento e largura”, sendo, portanto, bidimensional, e Julio (2007, p. 74) afirma que “o espaço Euclidiano usual, ou espaço físico, é tridimensional porque seus objetos têm comprimento, largura e profundidade”.

Do total de alunos participantes, apenas nove deles foram capazes de identificar a diferença entre formas bidimensionais e tridimensionais, por meio da descrição das dimensões que envolvem estes conceitos: bidimensional - comprimento e largura, e tridimensional - comprimento, largura e profundidade. Outros alunos desenvolveram explicações informais como exemplo “bidimensional é aquele que está em um plano, o tridimensional é aquele que parece saltar aos olhos” (AL1) o que permite inferir que os alunos reconhecem a diferença existente entre as formas, mas não sabem diferenciá-las formalmente.

Na segunda questão, tinha-se a proposta de observar o reconhecimento estudantil dos três polígonos que são faces dos Poliedros Regulares. Do total de alunos, 37 descreveram a nomenclatura correta das três figuras planas: triângulo, quadrado e pentágono.

A ênfase na nomenclatura dos Poliedros Regulares e na Relação de Euler está prevista para o Ensino Médio, todavia para a elaboração e a aplicação das questões três e quatro, que tinham como objetivo avaliar se os alunos possuíam algum conhecimento prévio a respeito do tema de estudo, considerou-se o Guia referente ao Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2014 relativo aos anos finais do Ensino Fundamental.

Identificou-se que a Coleção Projeto Velear, 3ª coleção mais distribuída do PNLD 2014, possui os “Poliedros de Platão” em seu programa, no livro destinado ao 8º ano, no capítulo 12. Notou-se também que a Coleção Projeto Teláris, 8ª coleção mais distribuída do PNLD 2014, possui a “Relação de Euler” em seu programa, no livro destinado ao 8º ano, no capítulo 8.

Assim, considerando que seria possível que os alunos tivessem estudado o conteúdo no Ensino Fundamental devido à abordagem nos livros didáticos citados, buscou-se na terceira questão da atividade investigar se os estudantes possuíam conhecimento sobre a nomenclatura dos Poliedros Regulares.

Verificou-se, nesta atividade, que nenhum dos alunos identificou corretamente a nomenclatura de todos os Poliedros Regulares. Os 40 estudantes identificaram o hexaedro como cubo, porém confundiram os demais Poliedros Regulares com losangos e prismas, ou não os identificaram.

Na quarta questão, com o objetivo de observar se os estudantes sabiam verificar a Relação de Euler, notou-se que 23 estudantes não responderam a atividade ou não conseguiram aplicar corretamente a relação. Enquanto 17 alunos verificaram corretamente a Relação de Euler, mas não souberam a nomenclatura do poliedro em questão.

Visando não apenas indícios do manuseio estudantil correto de régua e compasso para realização de construções geométricas, bem como visando notar a percepção geométrica dos estudantes, foram aplicadas aos alunos as questões cinco e seis.

Na questão cinco a maioria dos estudantes descreveu saber utilizar a régua e compasso. Na questão seis, após os esclarecimentos e orientação da professora/pesquisadora acerca da realização da construção geométrica solicitada na atividade, dentre as observações descritas pelos estudantes sobre a exploração do desenho do pentágono e da estrela de cinco pontas, pontua-se que 9 alunos descreveram como resposta à questão que a estrela de cinco pontas é constituída pelos polígonos pentágono e triângulo e um aluno descreveu que as arestas da estrela são as diagonais do pentágono dado.

A partir da atividade realizada pelos estudantes e diante das observações feitas no contexto da pesquisa, identificaram-se possíveis entraves no quadro algébrico e geométricos sobre o conteúdo de Poliedros Regulares, sendo necessário construir um panorama que atendesse de forma adequada o estudo do conteúdo proposto.

Portanto, com o intuito de determinar condições para um sistema de ensino que atinja os objetivos almejados, propôs-se uma intervenção que pudesse potencializar a sala de aula usual, usando como instrumento didático um recurso tecnológico.

5.2 CONCEPÇÃO E ANÁLISE A *PRIORI*

Na segunda fase, para fins de auxiliar a análise da Engenharia, Artigue (1988) indica a escolha das variáveis de comando globais e locais para serem manipuladas pelo pesquisador.

As primeiras escolhas são referentes às variáveis macrodidáticas, que são relativas à organização global da Engenharia e a partir delas realizam-se as escolhas das variáveis microdidáticas, que concernem à organização de uma sessão didática.

Nesta pesquisa as escolhas macrodidáticas foram: introduzir o estudo de Poliedros Regulares apresentando possíveis integrações de diferentes áreas e contextualização; enfatizar o quadro geométrico para o estudo de Poliedros Regulares; utilizar computadores e o *software* educacional de Geometria Dinâmica *Uma Pletora de Poliedros*; definir cada um dos cinco Poliedros Regulares como um objeto com determinadas características invariantes, investigando-as por meio da ação dos recursos de movimento do *software*; entender a Relação de Euler; valorizar a validação pelos próprios alunos dos conceitos envolvidos; e aliar o papel e a tela do computador na resolução de questões, baseando-se em definições formais disponibilizadas no *software* e em material complementar.

A partir das variáveis globais descritas, escolheram-se as variáveis microdidáticas, que podem ser descritas como: realizar uma sequência de ações com duas turmas de alunos, num tempo de duas horas por turma; utilizar o laboratório de informática da escola participante; explorar o *software* em grupos de alunos, devido o número de computadores disponíveis no laboratório de informática da escola; incentivar entre os alunos a socialização das experiências com o *software*; aplicar atividades para resolução com o auxílio do *software*; e disponibilizar material para confecção dos Poliedros Regulares como atividade de casa.

Na análise *a priori*, que tem como objetivo determinar como as escolhas das variáveis permitem controlar os comportamentos dos alunos, são definidas as hipóteses que estarão em jogo na validação, no momento de confrontar a análise *a priori* e a análise *a posteriori*. Considerando que não está previsto um processo de aprendizagem de um longo período, as hipóteses não devem ser muito extensas.

Dessa forma, pressupõe-se que, com a sessão de ensino proposta, os alunos se apropriariam de conhecimentos sobre os Poliedros Regulares, relacionando os componentes conceituais e figurais; com a utilização do *software Uma Pletora de Poliedros* os conhecimentos geométricos seriam apreendidos com maior dinamicidade do que com apenas a utilização de material impresso; as possíveis dificuldades oriundas do compartilhamento da exploração do *software* seriam superadas a partir da socialização do conhecimento entre os alunos. Esse compartilhamento se deu devido à pequena quantidade de computadores disponíveis no laboratório de informática do *Campus* Santo Antônio de Pádua, que se justifica

pelo primeiro ano de funcionamento da escola e seu estado de implantação dentro do programa de expansão dos Institutos Federais.

5.3 EXPERIMENTAÇÃO

No segundo encontro foi realizada a sessão de ensino, que contou com a participação de uma maior quantidade de alunos. A sessão de ensino foi realizada no laboratório de Informática, com duas turmas de alunos, num tempo de duas horas por turma, totalizando 53 estudantes.

Esta programação se deve a proposta pedagógica do *Campus* Santo Antônio de Pádua, na qual as turmas da 1ª série do Curso Técnico Integrado ao Ensino Médio possuem dois tempos (de 60 minutos cada) de aula de Matemática por semana. A sessão de ensino foi realizada numa segunda-feira pela manhã, quando foram coletadas informações referentes ao ensino e aprendizagem do tema deste trabalho.

Após lembrar aos alunos que os objetivos e condições para realização da pesquisa foram explicados no primeiro encontro com os estudantes, conforme indicado nas análises preliminares, deu-se início a sessão de ensino com um atraso médio de 20 minutos, devido a entraves na iniciação do *software* nos computadores da escola participante, que se configuram como problemas técnicos e que são pontuados na zona de risco.

Foi distribuído aos alunos um material complementar, para que pudessem acompanhar o conteúdo da aula junto ao uso do *software* e uma atividade (APÊNDICE D) que deveria ser realizada durante a aula, sem valer nota. A atividade, que será discutida na análise *a posteriori*, foi desenvolvida pela professora/pesquisadora de forma que acompanhasse as abordagens realizadas na sessão de ensino. Assim, devido a esta intenção, a atividade que está disponível no *software* não foi utilizada junto aos alunos.

No material complementar constavam as definições de Poliedros, Poliedros Convexos, Poliedros Regulares, assim como a descrição dos elementos dos poliedros: vértices, faces e arestas, a Relação de Euler e os processos de truncamento, dualidade e planificação. Somado a este material, era possível acessar as informações suplementares, em forma de texto, disponíveis no *software*, no qual são descritos alguns dos conceitos estudados.

Em seguida, foi realizado o contrato didático. Aos estudantes, foi explicado que seria realizado o estudo dos Poliedros Regulares; que a utilização do computador seria feita em conjunto, pares ou trios; que os conceitos seriam estudados a partir do *software*; que os alunos poderiam recorrer ao material complementar distribuído a eles, que continha os conceitos e os processos geométricos estudados durante a aula, para auxiliar na compreensão dos conceitos; que os alunos poderiam socializar o conhecimento de forma a ajudar o colega a entender os conceitos; que a atividade entregue aos alunos deveria ser realizada concomitante a exploração do *software*; que a atividade deveria ser respondida individualmente; e que a professora/pesquisadora estaria à disposição para sanar as dúvidas interpretativas e algébricas dos alunos em relação às questões, porém sem intervir na descrição das resoluções.

Durante a experimentação, foram coletados vários dados para composição da pesquisa, como as resoluções de questões propostas, as dúvidas dos alunos, os erros durante as resoluções e a exploração do *software* pelo aluno, que serão discutidos na análise *a posteriori*.

Com a finalidade de apresentar aos alunos possíveis integrações dos Poliedros Regulares com diferentes áreas do saber, apresentou-se brevemente a conexão do conteúdo com a Filosofia, Física e Biologia. Foi esclarecido aos alunos que a explicação seria apenas uma pequena introdução, visto que uma discussão profunda sobre o assunto seria de maior domínio dos professores das áreas envolvidas.

Assim, relatou-se que devido a contribuição do Filósofo Platão na associação dos cinco Poliedros Regulares com os elementos fogo, terra, água, ar e universo, como foi exposta em sua obra Timeu, Platão foi homenageado com seu nome nos Poliedros Regulares, quando passou-se a conhecê-los como Poliedros de Platão. A associação dos Poliedros Regulares com os elementos da natureza foi ilustrada aos alunos por meio da figura 12.

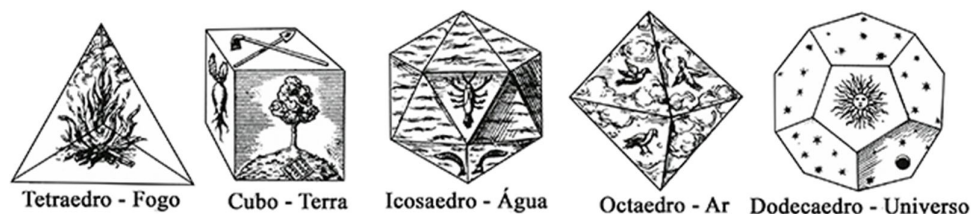


Figura 12 - Associação de Platão: Poliedros Regulares e os elementos da natureza.

Foi apresentado sucintamente aos estudantes o uso dos Poliedros Regulares na Física, ao relatar que os Poliedros Regulares foram adotados, por volta de 1597, por Johannes Kepler para explicar a posição dos planetas (conhecidos naquela época) no Universo. Kepler propôs que o tamanho de cada órbita planetária era estabelecido por um Poliedro Platônico circunscrito à órbita anterior. Esta descrição foi ilustrada aos alunos por meio da figura 13.

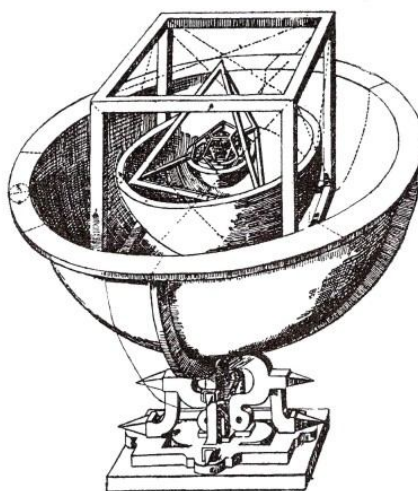
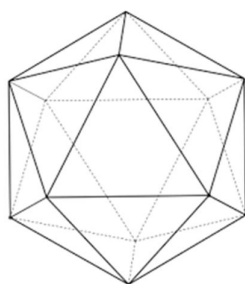
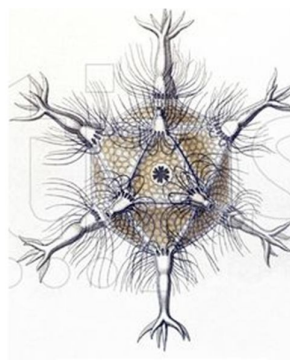


Figura 13 - Órbitas planetárias e os Poliedros Regulares.

Além desses relatos, apontou-se a relação existente dos Poliedros Regulares com a Biologia, como, por exemplo, a estrutura de microrganismos que são em formato de Poliedros Regulares. Para ilustrar este exemplo, utilizou-se a figura 14.



Icosaedro Regular



**Protista Radiolário
Circogonia Icosahedra**

Figura 14 - Microrganismo com sua estrutura no formato de um Poliedro Regular.

Com o intuito de contextualizar o conteúdo estudado, abordou-se o tema em articulação com a bola de futebol, que se trata de um Poliedro Regular após o processo de truncamento, transformando-se num Poliedro Arquimediano. A apresentação do Poliedro Regular, do processo de truncamento e do Poliedro Arquimediano foi feita no decorrer da aula e é descrita ao longo deste texto.

Em seguida, foi explicado aos alunos o significado da palavra Poliedro. Esclareceu-se que se trata de uma palavra de origem grega, em que *poly* significa várias (origem do prefixo poli) e *hedra* significa faces (origem do sufixo edro), tratando-se de um sólido geométrico de várias faces.

A partir de então, os estudos se voltaram para o *software*. Foram estudadas as definições de Poliedros, Poliedros Convexos e Poliedros Regulares, com o auxílio do botão de definições do *software*, bem como do material complementar e, ainda, do quadro branco. Junto às definições, foi apresentada a propriedade dos Poliedros Regulares: existem cinco, e somente cinco Poliedros de Platão. A partir de então, os estudantes visualizaram no *software* os cinco Poliedros Regulares.

No quadro branco, foi explicado aos estudantes a nomenclatura dos Poliedros Regulares e sua relação com o número de faces do sólido, conforme ilustra a tabela 2:

Tabela 2 - Nomenclatura dos Poliedros Regulares e sua relação com o número de faces.

Tetraedro	4 faces
Hexaedro	6 faces
Octaedro	8 fces
Dodecaedro	12 faces
Icosaedro	20 faces

Prosseguindo a aula, estudaram-se os elementos dos Poliedros Regulares com o auxílio do *software*. A fim de compreender esses elementos, os alunos puderam visualizar e explorar os recursos disponíveis pelo *software*, dentre eles a exibição individual ou conjunta dos elementos dos Poliedros: vértices, arestas e faces; a transparência para visualizar o interior do poliedro, permitindo a contagem dos elementos; e o clique com o botão esquerdo, com o arraste do mouse para girar os sólidos. Estes recursos puderam ser utilizados para responder a atividade.

Foi apresentada aos alunos, no quadro branco, por meio de um exercício, a Relação de Euler como forma para verificar a quantidade dos elementos dos Poliedros (vértices, faces e arestas), servindo como mais uma opção para responder as questões da atividade dada. Para contribuir com esta verificação, foi apontado o efeito da tecla 9 no *software*, recurso que apresenta a Relação de Euler para cada poliedro.

Em seguida, explicou-se aos alunos o processo de dualidade dos Poliedros, possibilitando a eles a exploração e visualização desse procedimento no *software* com cada um dos cinco Poliedros Regulares. Adotou-se também, poliedros de papel cartão para auxiliar na explicação desse processo e na compreensão da associação das faces do poliedro original com os vértices do seu dual. Foram constatadas algumas características que serão discutidas na análise *a posteriori*.

A exploração do recurso de truncamento dos Poliedros Regulares no *software* foi muito desejada, pois os alunos queriam entender a transformação do icosaedro regular na bola de futebol, como ilustrado na figura 15. Os alunos exploraram o processo de truncamento no *software*, com a ajuda do recurso de transparência, e visualizaram o corte simétrico dos poliedros a partir dos vértices por meio do recurso de corte por seção disponível também pelo *software*. Esse recurso não só foi essencial para ilustrar o processo de truncamento, mas também foi um momento bem produtivo para o entendimento do processo.

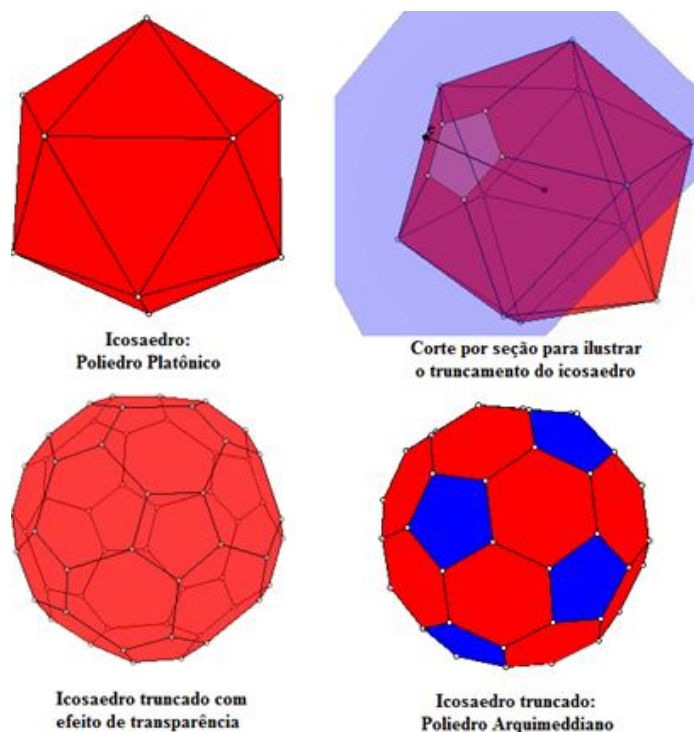


Figura 15 - Processo de truncamento do Icosaedro.

Em seguida, tanto foi elucidado o processo de planificação dos Poliedros Regulares, quanto explorado o recurso que apresenta a planificação do poliedro selecionado, que está disponível na página principal do *software*. A impressão da planificação foi apenas simulada, visto que a impressora conectada aos computadores não funcionou no momento da aula.

Após a conclusão e entrega da atividade que foi respondida durante a aula, recomendou-se aos alunos, como exercício de casa, a construção de um modelo concreto do Poliedro Regular de sua preferência, visando oportunizar aos alunos autonomia para manusear o objeto de estudo feito a partir de cortes, dobraduras e colagens.

Para realização dessa atividade, foi distribuído, aos estudantes, materiais para confecção: papel cartão da cor de sua preferência e a planificação impressa do Poliedro Regular escolhido. As construções foram recolhidas num momento posterior para registro da atividade e devolvidas aos alunos.



Figura 16 - Poliedros Regulares confeccionados pelos alunos.

Ao final da sessão de ensino, com a intenção de levantar a opinião dos estudantes em relação à experimentação da sequência didática, foi aplicado a eles o questionário II (APÊNDICE E). Buscando a opinião dos alunos a respeito do uso do *software* para o estudo do conteúdo abordado, no terceiro encontro foi aplicado aos participantes da sessão de ensino o questionário III (APÊNDICE F). Os dados colhidos por meio desses instrumentos são discutidos na análise *a posteriori*.

5.4 ANÁLISE A *POSTERIORI* E VALIDAÇÃO

A experimentação dá o suporte às investigações que movimentam a pesquisa. Nesse sentido, a partir das ações de ensino, da atividade e dos questionários aplicados sobre a experimentação, pode-se realizar a análise *a posteriori* que visa confrontar os dados colhidos na experimentação com a análise *a priori*, para fins de validação da Engenharia Didática.

Por conseguinte, é possível analisar as respostas da atividade aplicada aos participantes da pesquisa, confrontando possíveis dificuldades e dúvidas existentes com a resolução das questões da atividade.

A primeira questão da atividade foi elaborada com o intuito de instigar os estudantes a explorarem a nomenclatura e os elementos dos Poliedros Regulares por meio da visualização. Foi possível verificar que alguns alunos resolveram a questão usando a contagem dos elementos dos sólidos pelo recurso de transparência e de exibição dos elementos, disponível

no *software*, fazendo, assim, a contagem dos elementos a partir da visualização tridimensional dos objetos.

Na resolução desta questão, os alunos apresentaram dúvidas em relação à nomenclatura dos Poliedros, sendo usada a estratégia de menção à quarta vez que o Brasil foi campeão da Copa do Mundo, se tornando tetracampeão, para que pudessem concatenar tal ideia ao tetraedro, com suas quatro faces, sendo explicada a eles a origem grega dos prefixos dos nomes dos Poliedros.

Além disso, observou-se que para responder a questão, 39 alunos preferiram verificar o número de elementos dos Poliedros utilizando somente a Relação de Euler ou a utilizaram para confirmar a contagem dos elementos feita primeiramente por meio do *software*, mesclando assim, as formas de resolução da questão, como podemos observar na figura 17:

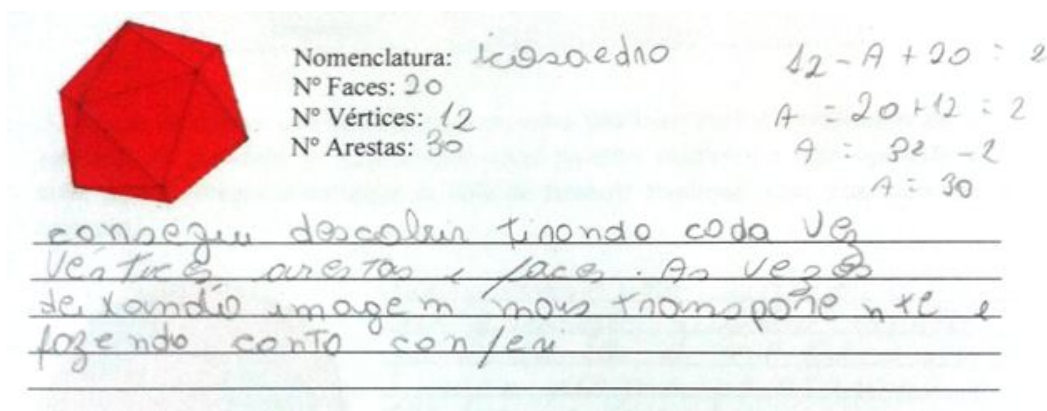


Figura 17 - Exemplo de resolução da questão nº 1 da atividade aplicada na sessão de ensino.

Na segunda questão da atividade, com o intuito de explorar os elementos dos Poliedros Regulares por meio da planificação, percebeu-se que os estudantes contaram o número de faces do poliedro dado por meio da planificação apresentada e, com a Relação de Euler, verificaram a quantidade de vértice e arestas do referido poliedro: o octaedro. Notou-se que apenas dois alunos não responderam corretamente a questão, em razão de terem descrito a nomenclatura do poliedro dado como “tetraedro”.

Com o objetivo de verificar a Relação de Euler a partir de um problema, verificou-se, na terceira questão da atividade, que alguns alunos tiveram dificuldades para interpretar e organizar as informações do enunciado da questão, precisando da intervenção da professora/pesquisadora para resolução e prosseguimento da atividade.

Feita a intervenção, observou-se que 42 alunos resolveram a questão corretamente. Alguns utilizaram o recurso da tecla 9 do *software* para conferir o número de faces e a nomenclatura do poliedro de que se tratava a questão.

Na quarta e sexta questão, elaborada com a intenção de instigar os estudantes a explorarem os duais dos Poliedros Regulares por meio do *software*, bem como possibilitá-los a conjecturar a respeito do processo de dualidade, foi constatado que, durante a realização da atividade, a dualidade foi estudada pelos alunos por meio da opção de apresentar o dual do poliedro selecionado e com o uso da transparência, bem como da rotação do poliedro. Os alunos conseguiram analisar o poliedro original e o dual em seu interior, respondendo a quarta questão da atividade.

Ao explorar a dualidade no *software* a maioria dos alunos observou a relação existente entre os Poliedros Regulares originais e seus duais, na qual o hexaedro possui o octaedro como dual, bem como o octaedro possui o hexaedro como dual, o dodecaedro possui o icosaedro como dual e o icosaedro possui o dodecaedro como dual, já o tetraedro possui ele mesmo como dual.

Além dessa constatação, na questão seis, alguns alunos conseguiram associar os vértices do poliedro original com as faces do poliedro dual, notando, portanto, a bijeção existente entre os vértices e as faces de cada poliedro, como podemos observar na figura 18.

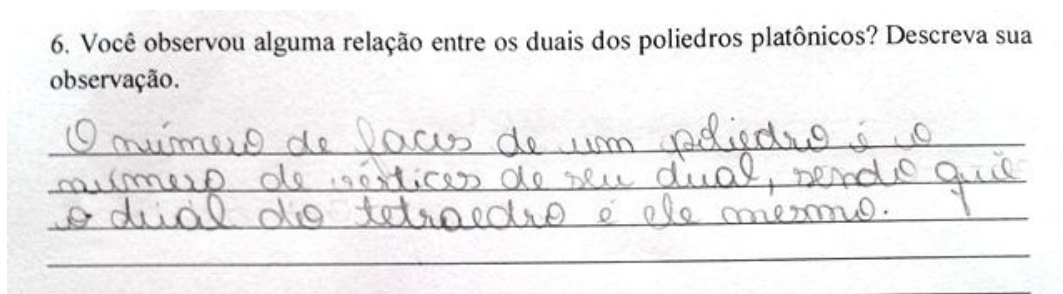


Figura 18 - Exemplo de resolução da questão nº 6 da atividade aplicada na sessão de ensino.

Na quinta questão, com o objetivo de possibilitar ao aluno o exercício do processo geométrico de obtenção da bola de futebol, verificou-se que os recursos do *software* permitiram aos alunos conhecerem e se apropriarem do processo de truncamento e de corte por seção. Este último processo, de corte por seção, permitiu esclarecer aos alunos, por meio

da visualização, como se realiza o truncamento dos Poliedros, contando, também, com o auxílio do recurso de transparência e de rotação do Poliedro.

Averiguou-se, durante a realização da atividade, que o estudo do processo de truncamento foi um dos momentos mais interessantes da aula. Os alunos compreenderam os cortes simétricos a partir dos vértices do icosaedro para realização do processo de truncamento e a transformação de suas faces originais triangulares em faces pentagonais e hexagonais. A partir de então, o icosaedro, poliedro regular original, se transforma no icosaedro truncado, que como explicado aos alunos, se trata de um poliedro semirregular, classificado como Poliedro Arquimediano.

Assim, os alunos conseguiram estudar os elementos dos Poliedros Regulares por meio da opção de exibição individual ou coletiva dos elementos, da transparência e da tecla 9, que apresenta a Relação de Euler para o poliedro selecionado, bem como estudar processos geométricos que os livros didáticos comumente não exploram, como o truncamento e a dualidade, aumentando assim, a gama de conhecimento dos mesmos em torno da Geometria Espacial.

Por meio do *software*, foi possível estudar, de forma interconectada, os Poliedros Regulares, a dualidade, o corte por seção, o truncamento e os Poliedros Arquimedianos.

Durante a sessão de ensino, com a exploração dos recursos do *software* para compreensão do conteúdo, foi possível observar que os estudantes apreciaram a interface do *software*, bem como sua variedade de recursos.

Ao especular os estudantes, a professora/pesquisadora notou uma pequena dificuldade na exploração do *software* por causa de alguns travamentos ocorridos nele, gerando um pequeno atraso no processo de estudo. Houve, ainda, dificuldade na utilização de alguns recursos do *software*, em especial no momento de explorar o corte por seção do icosaedro, quando foi preciso controlar diferentes parâmetros da aba Cortar. Entretanto, foi constatado que, conforme os alunos utilizavam os recursos do *software*, as dificuldades eram superadas.

Alcançada uma maior familiaridade com o *software*, os alunos não só conseguiram compreender os conceitos, mas também construíram o conhecimento a partir da visualização dos objetos e da confrontação de suas definições por meio da exploração dos sólidos no *software*.

Com o objetivo de levantar a opinião dos alunos, por meio de registro escrito, sobre a contribuição do *software Uma Pletora de Poliedros* para a aprendizagem de Poliedros

Regulares, aplicou-se aos estudantes, ao final da sessão de ensino, o questionário II com questões fechadas (APÊNDICE E) e posteriormente à sessão de ensino, o questionário III com questões abertas (APÊNDICE F).

Baseada na Análise de Conteúdo de Bardin (2016), realizou-se a categorização das respostas às perguntas abertas do questionário III que buscava a opinião dos estudantes sobre a utilização da *Pletora de Poliedros*. Com a exploração do material, obteve-se, para a primeira pergunta do questionário, as frequências das categorias identificadas e observadas na tabela 3.

Tabela 3 - Análise de frequência de respostas dos alunos sobre a utilização do *software Uma Pletora de Poliedros* para o estudo de Poliedros Regulares.

Categorias	Frequência	Porcentagem
Facilitador do processo de ensino e aprendizagem	8	10,1
Estudo atrativo	32	40,5
Potencializador para aprendizagem do conteúdo	32	40,5
Carência pelo estudo usual	2	2,5
Houve problemas técnicos com o computador	3	3,8
Quantidade insuficiente de computadores	2	2,5
Total	79	100,00%

Das respostas dadas pelos alunos à primeira pergunta do questionário III obteve-se “o uso do *software* para o estudo de poliedros regulares, foi, sem dúvida, muito importante para todos nós [alunos]” (AL2). Nesta pesquisa, essa resposta foi categorizada como “potencializador para aprendizagem do conteúdo”. Outro exemplo de resposta é “às vezes também é necessário que se escreva algo no caderno, num resumo, para que se grave mais as coisas”. Esta resposta foi categorizada como “carência pelo estudo usual” (AL3).

Da segunda pergunta do questionário III, obteve-se para as categorias identificadas, as frequências apresentadas na tabela 4.

Tabela 4 - Análise de frequência de respostas dos alunos sobre os recursos disponíveis no *software Uma Pletora de Poliedros*.

Categorias	Frequência	Porcentagem
Exploração descomplicada	5	7,9
Recursos atrativos	16	25,4
Recursos eficientes para a aprendizagem	33	52,4
Exploração complicada	4	6,3
Não manuseou diretamente os recursos	5	7,9
Total	63	100,00%

Do material explorado, observou-se como resposta, dada por um aluno à segunda pergunta do questionário III, o seguinte texto: “todos os recursos (transparência, identificar vértices, arestas, faces, dual, etc.) nos ajudou muito, e eles são muito fáceis de mexer” (AL4). Nesta resposta, por exemplo, foram identificadas duas categorias: “recursos eficientes para a aprendizagem” e “exploração descomplicada”.

Assim, a partir da análise dos questionários II e III, observou-se que os recursos do *software*, como a visualização e contagem das faces dos objetos, contribuiu para a compreensão dos alunos sobre a relação da nomenclatura do poliedro com seu número de faces, como descreveu um aluno: “os recursos disponíveis foram ótimos para nos ensinar como é legal trabalharmos com poliedros e descobrir muito sobre eles. Ficou muito melhor para enxergarmos suas faces, arestas, vértices e compreender seus nomes” (AL5).

O gráfico 5, elaborado a partir da tabulação do questionário II, ilustra a opinião dos estudantes acerca da interação e dinâmica da aula. A partir dele, constatou-se que a maioria dos alunos considerou que houve dinamicidade e interatividade na sessão de ensino.

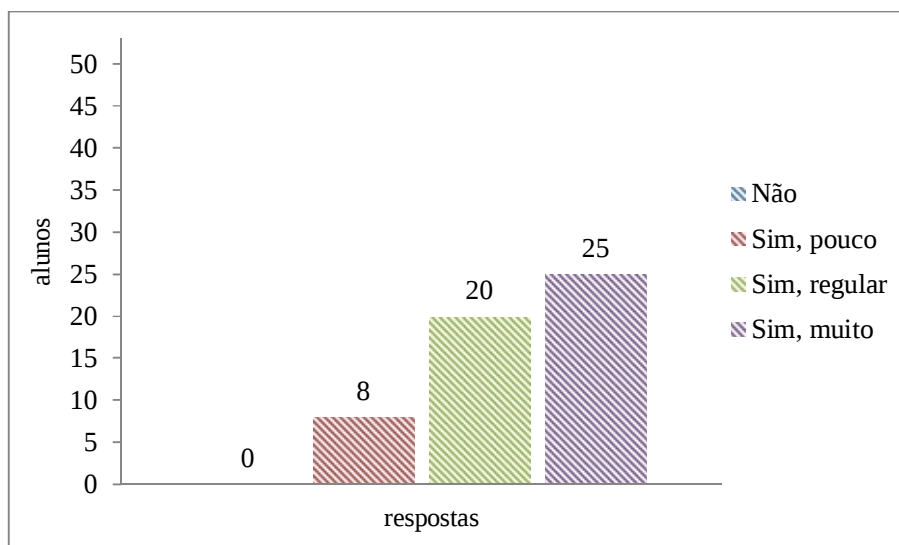


Gráfico 5 - Opinião dos alunos se a sessão de ensino foi dinâmica e interativa.

Como já considerado na hipótese de investigação, a *Pletora de Poliedros* permitiu uma dinamicidade na aula com a interação entre aluno e *software*, aluno e aluno, bem como entre aluno e professor. Nesta última interação, observou-se no contrato didático estabelecido, uma relação de trabalho coletivo, que contribuiu para a construção conjunta do conhecimento.

Entre os alunos houve cooperação mútua e o estabelecimento de conjecturas incentivadas pela professora/pesquisadora, como por exemplo, sobre a compreensão da bijeção que envolve o processo de dualidade e o corte das seções do icosaedro para transformá-lo na bola de futebol. Esta prática demonstrou-se um diferencial para a aula de Matemática, como pode ser observado na descrição feita por um aluno participante da pesquisa em resposta ao questionário III:

Achei que o uso do *software* em uma aula de matemática foi bem interessante. Geralmente não é esse tipo de coisa que as pessoas esperam. A aula ficou bem mais fácil e simples. Eu, particularmente, aprendi muito mais do que se fosse a mesma aula de sempre (AL6).

Todas as opções de trabalho com Poliedros Regulares desenvolvidas nessa sessão de ensino deram ao *software*, por parte da maioria dos alunos participantes, o crédito de ter sido útil para o aprendizado do conteúdo. Nesse sentido, pode-se considerar o apontamento de um aluno, feito por meio do questionário III, sobre a *Pletora de Poliedros*:

Achei interessante, pois tem vários recursos diferenciados, como mostrar o dual, arestas, vértices, etc. Podemos mudar de poliedros em poucos cliques. É uma ótima ferramenta de pesquisa e conhecimento. Os recursos são muito amplos e são acessados facilmente e de modo simples e possui muitas funções (AL7).

Com todos os recursos e possibilidades de transformar a aula de Geometria em um momento significativo de aprendizagem, com participação ativa dos alunos, foi possível constatar – por meio da aplicação do questionário – que, nessa realidade de estudantes, a maioria considerou que o *software Uma Pletora de Poliedros* contribuiu muito para a aprendizagem de Poliedros Regulares, como pode ser confirmado pelo gráfico 6:

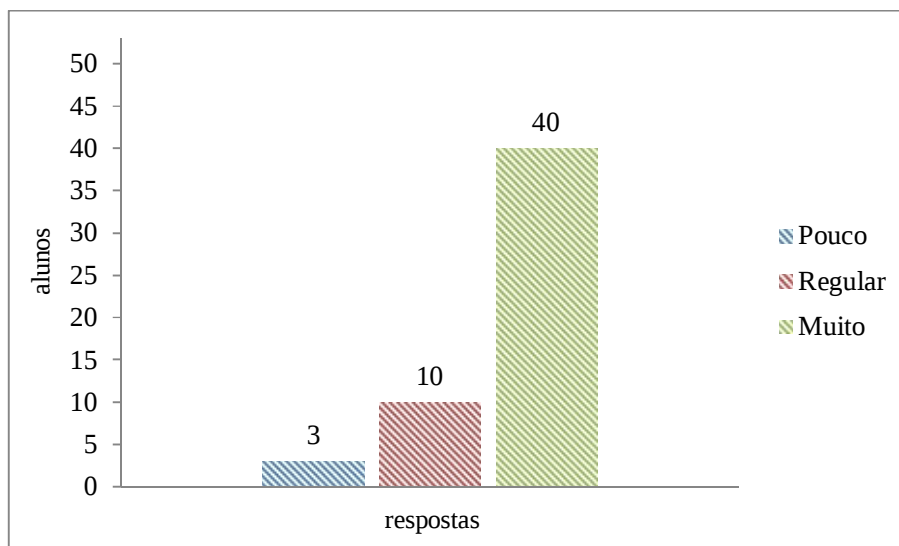


Gráfico 6 - Opinião dos alunos se o *software* foi importante para a aprendizagem do conteúdo.

Além desses dados, tem-se o registro feito por um aluno no questionário III, que colabora para a inferência sobre a importância dada ao *software*:

[o uso do *software*] foi bom para nosso aprendizado, pois pudemos fazer coisas que não fazemos em sala de aula. O truncamento de poliedros e também os outros recursos utilizados eram bons porque nós pudemos usar a transparência da figura para poder contar seus vértices, arestas e faces, já na sala de aula não podemos usar esses recursos. A tecnologia é importante para nosso aprendizado, ela nos ensina de um modo mais fácil de aprender e de uma forma diferente. Não devemos somente usar a tecnologia como lazer, mas sim como fontes educacionais, porque assim nosso aprendizado será mais fácil, terá mais interação entre os alunos. Espero que essa tecnologia seja levada a todas as escolas e também para a sala de aula, porque pode ajudar muitos alunos, quero que esse recurso seja mais utilizado nas nossas aulas, e também em outras matérias. O IFF é um exemplo de escola, pois tem essa disponibilidade de tecnologia para os alunos (AL8).

Mesmo com a exploração compartilhada do *software*, percebeu-se que o aprendizado da maioria dos estudantes não foi comprometido. Notou-se que a distribuição de mais de um aluno por computador favoreceu o processo de aprendizagem devido à possibilidade de troca de conhecimento e de mútua colaboração, facilitando, assim, o entendimento dos conceitos e

da socialização entre os estudantes, como descreveu um aluno em resposta ao questionário III aplicado: “[a utilização do *software*] me mostrou um jeito diferente de aprender, tanto no sentido da matéria, quanto na ajuda com os colegas” (AL9).

Com o questionário II, aplicado ao final da sessão de ensino, foi possível verificar que a maioria dos alunos participantes não considerou que compartilhar a exploração do *software* com os colegas dificultou sua aprendizagem, como pode ser conferido no gráfico 7:

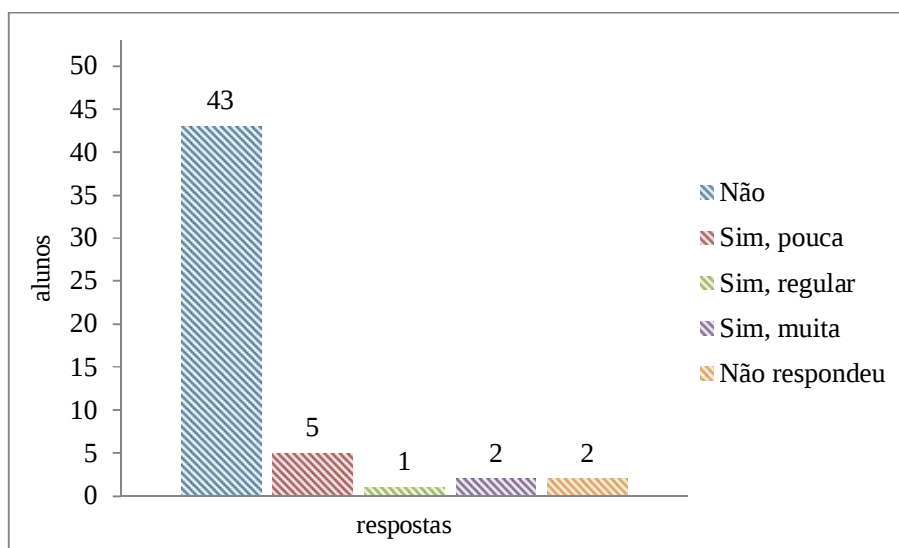


Gráfico 7 - Opinião dos alunos sobre existência de dificuldade na aprendizagem pelo compartilhamento do *software* com outros colegas.

Contudo, o compartilhamento da exploração do *software* dificultou a participação de alguns alunos na aula. Foi observado pela professora/pesquisadora que, dentre os participantes da pesquisa, alguns não manusearam o computador por não se sentirem a vontade de compartilhar o estudo com os colegas, já outros não o fizeram por motivo de problemas técnicos no computador durante a aula.

Essa dificuldade permite uma reflexão sobre a importância de um laboratório de informática bem estruturado, que possibilite que todos os alunos possam ser bem atendidos com computadores em bom estado e em pleno funcionamento, dando ao aluno a opção de compartilhar a exploração do *software* quando este se sentir à vontade para isto e quando quiser compartilhar com os colegas o descobrimento de novas formas de estudar um conteúdo.

Diante do gráfico 7, infere-se que a interação, tanto com o *software*, quanto com o colega, pode ser um potencializador da aprendizagem. Contudo, respeitando a forma de aprendizagem de cada aluno, deve-se considerar que, para alguns deles, o trabalho individual com o computador teria sido mais adequado.

O reconhecimento da contribuição do *software* para a aprendizagem dos conceitos estudados foi identificado na maioria dos registros das respostas dos alunos ao questionário III. Um deles descreveu que: “*Uma Pletora de Poliedros* nos forneceu mais que o ensino tradicional de sala de aula, resultando em um aprendizado mais forte” (AL10) e outro aluno que:

Achei muito interessante o uso do *software*, pois pude ter uma boa noção do que são poliedros regulares. Gostei muito dos recursos contidos no *software*, principalmente o recurso de transparência dos poliedros, coisa que eu nunca ia conseguir em livro ou apostilas. Se em cada assunto da matemática tivesse um *software* creio que o entendimento seria em maior escala (AL11).

Apesar do método de abordagem do conteúdo, alguns poucos alunos descreveram, por meio do questionário, terem sentido falta do estudo no ambiente de sala de aula e do registro do conteúdo no caderno. Essa colocação aponta para a possível dependência dos estudantes por lápis e papel, mídias substancialmente usadas no método convencional de ensino.

Diante dessa colocação dos alunos, foi possível refletir sobre o planejamento de ensino da professora/pesquisadora, que não contemplou uma sistematização do conteúdo estudado após a exploração do *software*. Esta falta pode de alguma forma ter refletido no processo de aprendizagem.

Contudo, salienta-se que a proposta dessa sessão de ensino foi embasada na adoção de material complementar, já descrito na experimentação, distribuído aos alunos para utilização em sala de aula, como referência para os conceitos e processos estudados.

Acrescentando ao material complementar, havia os conceitos em forma de informações suplementares disponíveis no *software*, que podem ser acessados e reestudados em diversos momentos, inclusive em casa, não sendo, portanto, empregada nesta pesquisa a reprodução do conteúdo no quadro branco, ou possível cópia irreflexiva no caderno do estudante, nem tampouco a utilização de tecnologia como exemplificação de aula expositiva, como discutido por Borba e Penteado (2012) e Rosa (2004).

Dessa forma, com finalidade de sistematização do conteúdo, como também para que este possa ser fixado no caderno dos alunos, reconhece-se a necessidade de uma adequação

dessa sessão de ensino, de forma que seu tempo de duração seja maior, uma vez que estas práticas demandam mais tempo de aula.

Ao confrontarmos a análise *a priori* e a análise *a posteriori*, feita a partir da experimentação em uma realidade específica, considera-se que a hipótese que trata sobre o desenvolvimento cognitivo dos alunos em relacionar os conceitos e as figuras, prevista na análise *a priori*, é válida. Notou-se que os alunos participantes lograram a assimilação do conteúdo, desenvolvendo a visualização espacial dos objetos estudados por meio das figuras de simulação no *software*. Contudo, não se exclui a falta do desenvolvimento do conteúdo no caderno, apontada pelos alunos.

No caso da experimentação com os participantes da pesquisa, a segunda hipótese pressuposta na análise *a priori* também foi validada, pois os alunos indicaram o estabelecimento de uma maior dinamicidade do processo de aprendizagem com a exploração da *Pletora de Poliedros*, quando comparada com a utilização de materiais didáticos com imagens estáticas de objetos geométricos.

A terceira hipótese, referente à aprendizagem com o uso compartilhado do *software*, foi igualmente confirmada. Os alunos demonstraram ampla colaboração com os colegas e a aprendizagem foi desenvolvida num processo mútuo de auxílio entre os estudantes, em que eles consideraram a troca de experiências e compreensão como fator fundamental para a apropriação dos conceitos na situação didática proposta.

Porém, como alguns alunos apontaram uma dificuldade no compartilhamento do computador, expõe-se que a estruturação do laboratório com uma quantidade de máquinas que atenda satisfatoriamente o número de alunos é fator colaborador para o processo de ensino e aprendizagem.

Contudo, mesmo se essa demanda não puder ser atendida pela escola, o laboratório de informática não deve ser um recurso excluído das aulas. O professor deve avaliar se os objetivos da aula podem ser alcançados mesmo com um número não muito adequado de computadores, fazendo uso do compartilhamento do recurso e da socialização do conhecimento por parte dos alunos.

Apesar das considerações feitas para melhoria da sessão de ensino, verifica-se que as hipóteses previstas na análise *a priori* para as ações de ensino foram confirmadas no contexto em que foi aplicada a pesquisa, validando assim, a Engenharia Didática.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo desta pesquisa buscou-se analisar de que forma o ensino com o auxílio do *software* educacional *Uma Pletora de Poliedros* pode contribuir para a aprendizagem do conteúdo Poliedros Regulares. Para embasar os trabalhos desta pesquisa, estudou-se os parâmetros pedagógicos existentes e a tecnologia como ferramenta didática para a abordagem da Geometria na escola.

Assim, inicialmente, investigou-se como os documentos pedagógicos brasileiros tratam a Geometria no currículo do Ensino Médio, podendo ser observado o incentivo e importância dada a esse tema no currículo de matemática, somada à interdisciplinaridade e a contextualização do conteúdo, que são os eixos norteadores dos documentos oficiais.

De mais a mais, verificou-se que nos documentos oficiais estudados, PCNEM, OCNEM e primeira versão preliminar da BNCC, a tecnologia é prescrita como um suporte para o ensino de Geometria. Identificou-se na OCNEM, maior afinco em apresentar possibilidades didáticas para o de recursos tecnológicos, instigando ao professor a utilizar a tecnologia como recurso didático em sala de aula.

Além do uso de tecnologia para o ensino, tem-se também a importância da seleção e organização dos conteúdos matemáticos no currículo escolar. Assim, nesta pesquisa, a fim de refletir sobre o conteúdo Poliedros Regulares, foram apreciados os R's defendidos por Silva (2009) em sua tese, em especial os critérios "realidade" e "recursão".

Nessa perspectiva, pretende-se, no contexto do grupo de pesquisa "Desenvolvimento Curricular, Formação de Professores e Tecnologias em Educação Matemática"²², aprofundar discussões que envolvam a presença ou ausência de inovações curriculares nos documentos oficiais propostos no contexto atual para o ensino de Geometria, inclusive no que se refere a sua abordagem, utilizando os mais variados recursos tecnológicos.

Na proposta de ensino do conteúdo abordado na presente pesquisa, foram atendidas as recomendações curriculares quanto à abordagem de Geometria com a utilização de recursos digitais. O *software Uma Pletora de Poliedros* se configurou como uma ferramenta para o

²² Grupo de Pesquisa criado recentemente no contexto da UFF/Infes, certificado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ) e sob liderança do Prof. Dr. Marcelo de Oliveira Dias.

estudo de Poliedros Regulares, tendo em vista que proporciona a visualização espacial dos objetos de estudo, permitindo ao aluno interagir e movimentar poliedros.

A revisão de literatura realizada permitiu um olhar sobre diferentes aspectos quanto à utilização da tecnologia, como por exemplo, sobre o conceito de zona de risco (Borba e Penteado, 2012), sobre os diferentes aspectos da formação do conceito de Poliedros, sobre a importância da conversão entre registros de representação para a construção dos conceitos e sobre a compreensão da sociogênese do conceito.

Além dessas reflexões, foi realizada também a organização e experimentação de uma sequência didática com a utilização do *software Uma Pletora de Poliedros*, bem como a verificação do desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes participantes da pesquisa.

A organização, experimentação e análise da sessão de ensino foram embasadas na metodologia da Engenharia Didática. O desenvolvimento da aprendizagem também foi registrado por meio da metodologia de pesquisa, que permitiu a análise dos dados colhidos, além da reflexão da professora/pesquisadora.

A primeira fase da Engenharia permitiu verificar o ensino usual e, a partir dele e de estudos preliminares acerca dos Poliedros Regulares, conceber, na segunda fase, uma sessão de ensino com o uso do *software Uma Pletora de Poliedros*, levantando hipóteses em torno do planejamento sobre as ações em sala de aula.

Na terceira fase da Engenharia Didática, foi realizada a experimentação da sessão de ensino planejada. Já na quarta fase, foi executada não apenas a análise dessa experimentação frente aos estudos preliminares, como também a análise do ensino usual, além da validação da Engenharia Didática a partir das hipóteses levantadas em sua concepção.

Com a experimentação da sequência de ensino, verificou-se a compreensão dos conceitos geométricos ensinados aos alunos da escola participante, quando se puderam observar, na atividade realizada, marcas da utilização do *software* nas resoluções das questões, expondo a contribuição deste instrumento para o processo de aprendizagem.

Contudo, houve limitações quanto ao reestudo dos conceitos. Devido a isso, sugere-se a realização de estudos com mais algumas sessões de ensino, para que o aluno possa ter a oportunidade de experienciar os conceitos em mais de uma aula.

Feita a experimentação, foi possível avaliar a percepção dos estudantes quanto à contribuição do *software Uma Pletora de Poliedros* para o desenvolvimento da aprendizagem do conteúdo Poliedros Regulares.

Durante a pesquisa, foi possível verificar que a *Pletora de Poliedros* proporcionou, tanto por meio da exploração das ferramentas do *software*, quanto dos recursos ilustrativos, um estudo diferenciado devido às possibilidades de visualização dos objetos que a Geometria exige para a boa compreensão de seus conteúdos.

Como hipótese de investigação, considerou-se que as funcionalidades do *software* poderiam potencializar o ensino. Realizada a análise da experimentação percebeu-se que, no contexto da pesquisa, a tecnologia e sua dinamicidade contribuíram para o desenvolvimento da aprendizagem de Geometria.

Pôde-se observar que a utilização deste *software* favoreceu a compreensão do conteúdo, intensificando, assim, o processo de ensino de conceitos de Geometria Espacial, por meio da visualização e movimento disponível no *software*. Observou-se ainda, que o processo de ensino e aprendizagem tornou-se dinâmico diante dos múltiplos recursos disponíveis no *software* e a interação direta com o objeto de estudo.

Entre os estudantes participantes da pesquisa, constatou-se que o *software* foi considerado um importante instrumento didático para o ensino de Poliedros Regulares, sendo reconhecido por muitos a dinamicidade do processo de aprendizagem. Logo, o *software* colaborou para compreensão das representações espaciais, dos elementos dos sólidos e da Relação de Euler, assim como foi verificado na pesquisa de Garcia Filho (2014).

Com esta pesquisa foi possível verificar a potencialidade que a Engenharia Didática, enquanto metodologia representa para a prática docente. Esta Teoria da Didática da Matemática Francesa se configurou como um instrumento auxiliador no planejamento da prática docente, bem como na construção dos conceitos ensinados.

A Engenharia Didática contribuiu também para a reflexão da professora/pesquisadora em relação ao planejamento de ensino frente à zona de risco. A alteração da dinâmica da sala de aula e os possíveis entraves técnicos advindos do uso do computador são identificados nesta pesquisa pela comunicação positiva entre os alunos devido ao incentivo à socialização do conhecimento e pelo atraso do início da sessão de ensino por problemas técnicos com a iniciação do *software*. Ambas as situações proporcionaram um cenário reflexivo sobre o uso da tecnologia no ensino.

Outrossim, foi possível refletir sobre a influência das concepções do docente sobre o tempo didático disponibilizado para o desenvolvimento dos conceitos; sobre a relevância do confronto de registros – inicialmente desenvolvidos sobre o que se esperava dos alunos e o que se alcançou com os mesmos – e sobre a necessidade constante de se repensar e se refazer a prática educativa.

A Engenharia Didática se configurou como ferramenta teórica potencial para a organização do trabalho docente, uma vez que, por meio dela, foi possível especular, de forma reflexiva, a avaliação do ensino, para só então realizar uma análise sobre as situações de aprendizagem esperadas e não esperadas.

Com a metodologia de pesquisa adotada, constatou-se que a visão docente a respeito dos objetivos de aprendizagem inicialmente previstos, bem como sobre o desenvolvimento da construção dos conceitos pelos alunos, confrontando as concepções *a priori* com *a posteriori*, podem ser o ponto primordial para o aluno, na distância entre o construir (ou não) determinado conceito.

A Engenharia Didática demonstrou ser um grande auxílio para o planejamento das ações de ensino, posto que, por meio de suas fases, a professora/pesquisadora pôde estudar, analisar e refletir sobre o conhecimento prévio dos alunos, sobre o conteúdo a ser ensinado e sobre sua abordagem em livros didáticos, elaborando ações de ensino que articulassem o quadro atual com o esperado.

Diante destes resultados, cabe-nos salientar a importância da disposição do professor no planejamento de aulas que disponham da cooperação de recursos tecnológicos, como os *softwares* educacionais, para o desenvolvimento de uma aprendizagem pautada em estratégias de ensino que favoreçam tanto a compreensão, quanto a visualização espacial.

A adoção adequada de um *software* como ferramenta didática pode alterar a forma como a assimilação é desenvolvida nos estudantes. Na *Pletora de Poliedros*, tem-se a visualização e a movimentação do objeto como funcionalidades fundamentais para o ensino de Geometria Espacial, além de se ter recursos e processos que potencializam essas funcionalidades do *software*, o que amplia os meios para facilitar o desenvolvimento da aprendizagem do conteúdo, contribuindo para a motivação do aluno e para o interesse deste pela Matemática.

Com a confirmação das hipóteses levantadas na análise *a priori* da Engenharia Didática, foi possível concluir que a utilização de *softwares* de Geometria Dinâmica

representa avanços para o ensino e aprendizagem de Geometria, e em modo específico, o *software Uma Pletora de Poliedros* para o ensino e aprendizagem de Poliedros Regulares.

Assim, a combinação do uso de uma ferramenta tecnológica com a metodologia da Engenharia Didática proporcionou, neste estudo, a construção de um olhar que não refuta as práticas usuais, nada obstante agrega trocas de significados, mantendo uma relação dialógica entre os objetivos e os recursos didáticos, que podem acrescentar sentidos e valores ao processo de ensino dentro do contexto atual, onde as recomendações discutidas apontam que a tecnologia pode auxiliar na aprendizagem sem anular o esforço da atividade compreensiva, promovendo ampliação, consolidação dos conceitos e formação crítica dos educandos.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, T. C. S. *Sólidos Arquimedianos e Cabri 3D: um estudo de truncaturas baseadas no Renascimento*, 2010. 189f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010. Disponível em: <<http://livros01.livrosgratis.com.br/cp137922.pdf>>. Acesso em: 12 jul. 2016.

ALMOULOUD, S. A; SILVA, M. J. F. Engenharia didática: evolução e diversidade. *Revista REVEMAT*, Florianópolis, v. 07, n 2, p. 22-52, 2012. Disponível em <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/1981-1322.2012v7n2p22/23452>>. Acesso em 02 mai. 2016.

ALVES, G. S. SAMPAIO, F. F. O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica. *Revista de Sistemas de Informação da FSMA*, n. 5, 69 – 76, 2010.

ARTIGUE, M. *Ingénierie Didactique*. Recherches em Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, p. 281-3008, 1988.

BARROS, F. C. *O jogo computacional Yogeo como ferramenta de análise dos níveis de Van Hiele*. 2009. 45f. Monografia (Graduação em Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2009.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e educação matemática*. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

BARDIN, L. *Análise de conteúdo*. Tradução de Luíz Antero Reto e Augusto Pinheiro. 3. reimp. 1. ed. rev. e aum. São Paulo: Edições 70, 2016.

BORGES, M. F. Matemática e religiosidade: o episódio Johannes Kepler. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013, Curitiba. *Anais...* Curitiba: PUCPR, 2013. Disponível em: <http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/3465_1900_ID.pdf>. Acesso em: 12 fev. 2016.

BORTOLOSSI, H. J. *Uma Pletora de Poliedros*. 2009. Disponível em: <<http://www.uff.br/cdme/pdp/>>. Acesso em 28 mar. 2016.

BRASIL. Lei nº 11.892, de 29 de dezembro de 2008. Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil, Poder Legislativo, Brasília, DF, 30 dez. 2008. Seção 1, p. 1.

_____. Ministério da Educação – MEC. *Lei de diretrizes e Bases da Educação Nacional*, Lei nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996.

_____. Ministério da Educação – MEC. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*, terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. Ministério da Educação – MEC. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio*. Parte I Bases Legais. Brasília: MEC/Semtec, 2000a.

_____. Ministério da Educação – MEC. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio*. Parte II Linguagem, Códigos e suas Tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 2000b.

_____. Ministério da Educação – MEC. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio*. Parte III Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 2000c.

_____. Parecer CNE/CEB nº 7/2010. *Diretrizes curriculares nacionais gerais para a educação básica*. Brasília: Conselho Nacional de Educação, 2010.

_____. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular*. Consulta Pública. Brasília: MEC/SEB, 2015.

_____. Secretaria de Educação Básica. *Orientações curriculares para o Ensino Médio*. v. 2, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEB, 2006.

CONTIJO, H. K. C. *Teorema de Euler em sala de aula*. 2014. 59f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática), Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2014.

DANTAS, A. S. *O uso do GeoGebra no ensino de Trigonometria: uma experiência com alunos do Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte*. 2013. 76f. Dissertação (Mestrado em Matemática), Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA) de Mossoró- RN, 2013. Disponível em: <<http://bit.proffmat->

sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/744/2011_00520_ALEKSANDRE_SARAIV A_DANTAS.pdf?sequence=1>. Acesso em: 23 abr. 2016.

DIAS, M. O. *Tendências em Educação Matemática: Percursos curriculares brasileiros e paraguaios*, 1. ed. Curitiba: Appris, 2016.

DOLL JR., W. E. *Currículo: uma perspectiva pós-moderna*. Tradução de Maria Adriana Veríssimo Veronese. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

FARIA, W. S. R. *Padrões fractais: contribuições ao processo de generalização de conteúdos matemáticos*. 2012. 195f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012. Disponível em: <repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91020/faria_rws_me_rcla.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 25 abr. 2016.

FIGUEIREDO, O. A. *Sentidos de percepção e educação matemática: geometria dinâmica e ensino de funções com auxílio de representações dinâmicas*. 2010. 105f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010. Disponível em: <repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/102162/figueiredo_oa_dr_rcla.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 24 abr. 2016.

FREITAS, J. L. M. Teoria das situações didáticas. In: MACHADO. S. D. A. (Org.). *Educação Matemática: uma (nova) introdução*, 3 ed. revisada, São Paulo: EDUC, 2012. p. 77 – 111.

GARCIA FILHO, A. *Importância do software “Uma Pletora de Poliedros” no ensino de geometria espacial*. 56 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2014. Disponível em: <https://repositorio.bc.ufg.br/tede/bitstream/tede/4023/2/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20-%20Alceny%20Garcia%20Filho%20-%202014.pdf>. Acesso em: 16 abr. 2016.

GONÇALVES, H. J. L. *A educação profissional e o ensino de matemática: conjunturas para uma abordagem interdisciplinar*. 2012. 174f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

GOUVEA, S. A. S. *Novos caminhos para o ensino e aprendizagem de matemática financeira: construção e aplicação de webquest*. 2006. 167f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006. Disponível em:

<repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91096/gouvea_sas_me_rcla.pdf?sequence=1>. Acesso em: 25 abr. 2016.

HUMMES, V. B.; BREDAS, A. Abordando a relação de Euler através do objeto de aprendizagem Uma Pletora de Poliedros: um estudo de caso com alunos do terceiro ano do Ensino Médio. *Revista Novas Tecnologias na Educação*, Porto Alegre, v. 09, n 2, p. 01-10, 2011. Disponível em <ser.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/25152/14631>. Acesso em 03 mar. 2016.

IEZZI, G. [et al.]. *Matemática: ciências e aplicações*. 2: ensino médio, 6. Ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. *Aneb e Anresc* (Prova Brasil). 2011. Disponível em <<http://portal.inep.gov.br/web/saeb/aneb-e-anresc>>. Acesso em: 07 mai. 2016.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. *Microdados da Aneb e da Anresc* 2013. Brasília: Inep, 2015. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/basica-levantamentos-acessar>>. Acesso em: 07 mai. 2016.

JULIO, R. S. *Uma leitura da produção de significados matemáticos e não-matemáticos para “dimensão”*. 2007. 118f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007. Disponível em: <repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91006/julio_rs_me_rcla.pdf?sequence=1>. Acesso em: 26 abr. 2016.

KENSKI, V. M. *Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação*. 2. ed. Campinas: Papirus, 2007. (Coleção Papirus Educação). Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=ncTG4el0Sk0C&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false>. Acesso em 10 fev. 2016.

LEMOS, W. G. BAIRRAL, M. A. *Poliedros estrelados no currículo do Ensino Médio*. Rio de Janeiro: Edur, 2010.

LIMA, C. W. *Representações dos números racionais e a medição de segmentos: possibilidades com tecnologias informáticas*. 2010. 197f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010. Disponível em: <repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91103/lima_cw_me_rcla.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 23 abr. 2016.

MACHADO, S. D. A. Engenharia Didática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). *Educação Matemática: uma (nova) introdução*. São Paulo: EDUC, 2012. p. 233 – 248.

MAIOLI, M. *Os significados da contextualização na matemática do Ensino Médio*. 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

MAR, E. B. *O teorema de Euler para poliedros*. 2013. 55f. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2013. Disponível em: <http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/1016/2011_00795_EDER_BENTES_MAR.pdf?sequence=1>. Acesso em: 10 ago. 2016.

MENEGOLLA, A. M. *Mapas conceituais como instrumento de estudo na matemática*. 2006. 101f. Dissertação. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006. Disponível em: <<http://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/2923/1/000346967-Texto%2bCompleto-0.pdf>>. Acesso em: 15 ago. 2016.

MERLO, C. A. ASSIS, R.. T. O uso da informática no ensino da Matemática. *Revista UNIJALES*. 4. ed, n. 4, ano V, 2010. Disponível em: <http://reuni.unijales.edu.br/arquivos/20120507213912_242.pdf>. Acesso em: 12 de jul. 2016.

MIALICH, F. R. *Poliedros e Teorema de Euler*. 2013. 81f. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Estadual Paulista, São José do Rio Preto, 2013. Disponível em: <http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/433/2011_00311_FLAVIA_RENATA_MIALICH.pdf?sequence=1>. Acesso em: 08 ago. 2016.

MISKULIN, R. G. S. VIOL. J. F. As práticas do professor que ensina matemática e suas inter-relações com as tecnologias digitais. *Revista e-Curriculum*. n. 12. v. 02, 1311 – 1330, 2014. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/curriculum/article/view/20312/15385>>. Acesso em: 07 ago. 2016.

NCTM. National Council of Teachers of Mathematics. *De los principios a la acción: para garantizar el éxito matemático para todos*. Tradução de Demetrio Garmendia Guerreiro. México: Editando Libros S. A., 2015.

PERRENOUD, P. Utilizar novas tecnologias. In: PERRENOUD, P. *10 novas competências para ensinar*. Tradução de Patrícia Chittoni. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000, p. 125 – 140.

POMMER, W. M. *A Engenharia Didática em sala de aula: elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares*. São Paulo, 2013, 72f. Disponível em
<<http://stoa.usp.br/wmpommer/files/3915/20692/Livro+Eng%C2%AA+Did%C3%A1tica+2013.pdf>> Acesso em 05 mai. 2016.

RAMOS, R. C. S. S.; SALVI, R. F. Análise de conteúdo e análise do discurso em educação matemática: um olhar sobre a produção em periódicos Qualis A1 e A2. In: SEMINÁRIO

INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4, 2009, Brasília. *Anais...* Brasília: UCB, 2009. Disponível em: < <http://www.uel.br/grupo-pesquisa/ifhiec/arquivos/9GT94689598053.pdf>>. Acesso em: 10 ago. 2016.

RESENDE, G.; MESQUITA, M. G. B. F. Principais dificuldades percebidas no processo ensino-aprendizagem de matemática em escolas do município de Divinópolis, MG. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 15, n. 1, p. 199 – 222, 2013.

ROSA, M. *Role Playing Game Eletrônico: uma tecnologia lúdica para aprender e ensinar Matemática*. 2004. 184f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004. Disponível em:
<http://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91089/rosa_m_me_rcla.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 15 ago. 2016.

SANTOS, J. B. P. TOLENTINO NETO, L. C. B. O que os dados do Saeb nos dizem sobre o desempenho dos estudantes em matemática? *Revista Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 17, n. 2, p. 309 – 333, 2015.

SCHNORNBERGER, T. *O uso da Pletora de Poliedros no ensino de Geometria Espacial*. 2014. 65f. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

SILVA, B. A. Contrato didático. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). *Educação Matemática: uma (nova) introdução*. São Paulo: EDUC, 2012. p. 49 – 76.

SILVA, H. N. *Poliedros Regulares no Ensino Médio*. 2014. 60f. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2014. Disponível em:
<<http://www.proformat-sbm.org.br/dissertacoes?polo=&titulo=&aluno=hercules+do+nascimento+silva>>. Acesso em 06 ago. 2016.

SILVA, M. A. *Currículos de matemática no ensino médio: em busca de critérios para escolha e organização de conteúdos*. 2009. 249f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

THIESEN, J. S. A interdisciplinaridade como um movimento articulador no processo ensino-aprendizagem. *Revista Brasileira de Educação*, v. 13, n. 39, 545 – 554, 2008.

ZULATTO, R. B. A. *Professores de matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica: suas características e perspectivas*. 2002. 119f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Material Complementar usado na sessão de ensino

*UMA PLETORA DE POLIEDROS: EXPLORANDO POLIEDROS REGULARES
COM A METODOLOGIA DA ENGENHARIA DIDÁTICA*

POLIEDROS PLATÔNICOS

Pesquisadora: Rafaela Moraes Cruz

Sumário

1. Poliedros.....	113
2. Poliedros Convexos	113
3. Poliedros Regulares/ Platônicos	114
4. Elementos dos Poliedros	114
5. Relação de Euler	115
6. Truncamento dos Poliedros Platônicos	115
7. Dualidade dos Poliedros Platônicos.....	116
8. Planificação de Poliedros	117
9. Bibliografia	118

1. Poliedros

Um poliedro é uma reunião de um número finito de polígonos planos, onde cada lado de um destes polígonos é também lado de um, e apenas um, outro polígono.

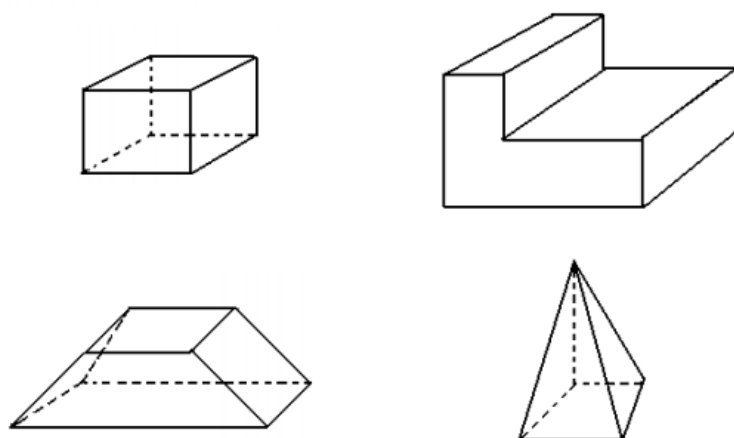


Figura 19- Poliedros

2. Poliedros Convexos

Todo poliedro limita uma região do espaço chamada de interior deste poliedro.

Dizemos que um poliedro é convexo quando um segmento de reta que liga quaisquer dois de seus pontos está inteiramente contido nele.

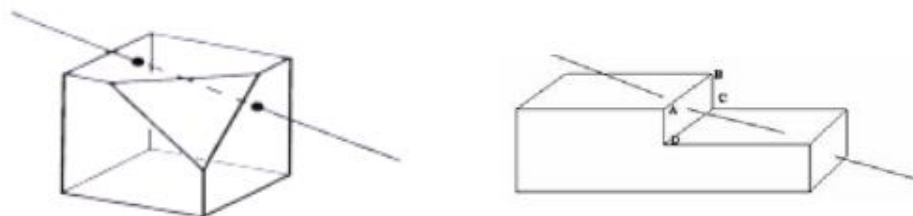


Figura 20 - Poliedro convexo e não convexo

3. Poliedros Regulares/ Platônicos

Poliedro regular é um poliedro convexo em que as faces são polígonos regulares congruentes e que em todos os vértices concorrem com o mesmo número de aresta.

Propriedade: *Existem cinco, e somente cinco poliedros de Platão.*

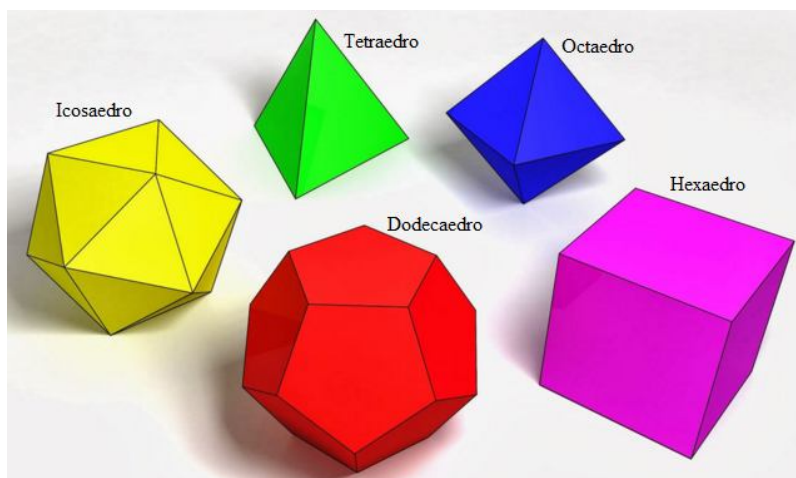


Figura 21 - Poliedros Platônicos

4. Elementos dos Poliedros

Faces: cada uma das regiões poligonais que compõe a superfície do poliedro.

Aresta: é o nome que se dá a cada lado de uma face do poliedro. Cada aresta de um poliedro é comum a somente duas faces.

Vértice: é cada um dos pontos de interseção de 3 ou mais arestas. O vértice de cada face também é o vértice do poliedro.

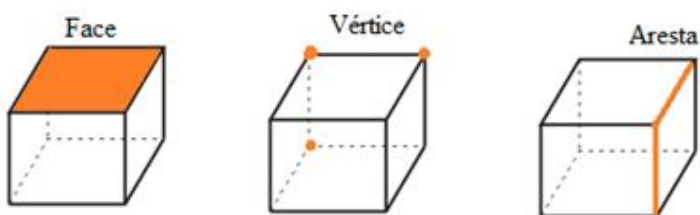
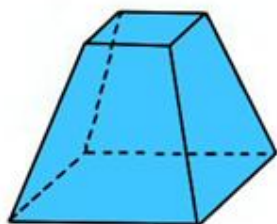


Figura 22 - Elementos dos poliedros

5. Relação de Euler

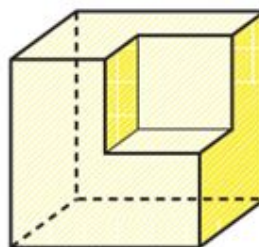
O Teorema de Euler, diz que a seguinte relação é verdadeira: $V - A + F = 2$, em que V representa o número de vértices, A o número de arestas e F o número de faces.

Os poliedros para os quais é válida a relação de Euler são chamados poliedros Eulerianos. Todo poliedro convexo é Euleriano, mas nem todo poliedro Euleriano é convexo.



$$V - A + F = 8 - 12 + 6 = 2$$

Figura 5 - Poliedro convexo e Euleriano



$$V - A + F = 14 - 21 + 9 = 2$$

Figura 6 - Poliedro Euleriano e não convexo

6. Truncamento dos Poliedros Platônicos

Truncar corresponde a eliminação de partes de um sólido de forma simétrica que pode ser feita a partir de seus vértices ou a partir de suas arestas.

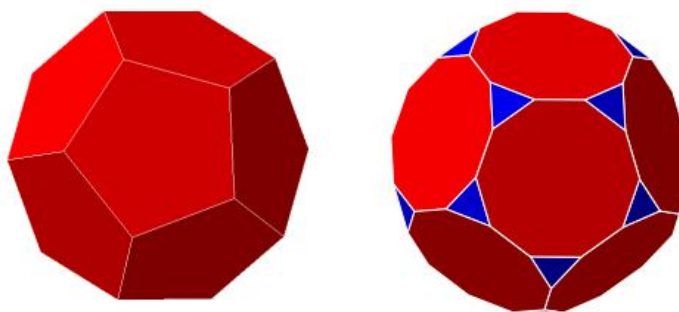


Figura 7 - Dodecaedro e dodecaedro truncado

7. Dualidade dos Poliedros Platônicos

A operação de dualidade entre dois poliedros é realizada através de bijeção. Para o caso particular dos sólidos platônicos, existe uma maneira muito natural de se construir uma bijeção entre um sólido platônico com um de seus duais:

Dado um sólido platônico P , considere o poliedro convexo D cujos vértices são os centros das faces de P e cujas faces são polígonos convexos com vértices nos centros das faces de P , faces estas que concorrem em um mesmo vértice de P .

De forma mais simplificada, o dual de um poliedro é outro poliedro, cujas arestas se obtêm unindo por segmentos de reta os centros das faces consecutivas do poliedro dado.

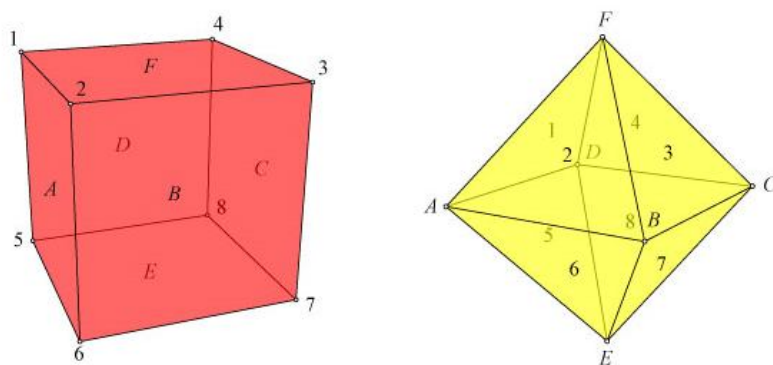


Figura 8 - Cubo e seu dual: octaedro

O cubo e o octaedro são exemplos de poliedros duais. Na figura acima, encontra-se um diagrama que explicita uma bijeção entre as famílias de vértices e faces de cada poliedro: a associação entre os vértices do cubo e as faces do octaedro está indicada por números e a associação entre as faces do cubo e os vértices do octaedro está indicada por letras.

8. Planificação de Poliedros

Planificação de um poliedro é uma representação do sólido num plano de modo que toda a sua superfície se apresente como uma figura plana, sem que haja alteração de suas medidas e formas.

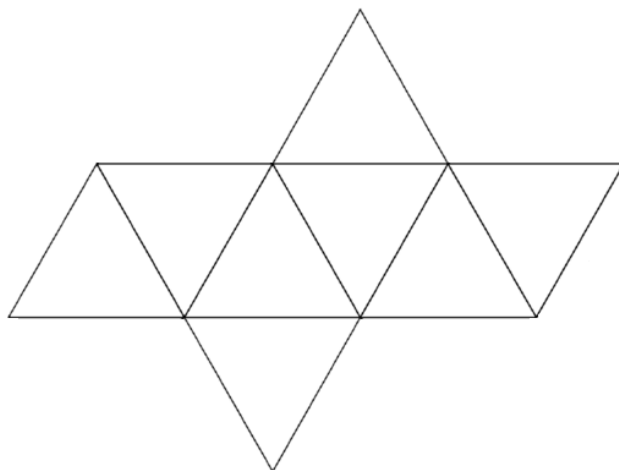


Figura 9 - Octaedro planificado

Bibliografia

BORTOLOSSI, H. J. *Uma Pletora de Poliedros*. 2009. Disponível em: <<http://www.uff.br/cdme/pdp/>>. Acesso em 10 jan. 2016.

PEREIRA, H. S. *Poliedros Platônicos*. 2011, 42f. Monografia (Especialização em matemática), Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Belo Horizonte – MG, 2011. Disponível em: <http://www.mat.ufmg.br/~espec/Monografias_Noturna/Monografia_HamiltonSoares.pdf>. Acesso em: 15 jan. 2016.

GONTIJO, H. K. C. *Teorema de Euler em sala de aula*. 2014, 59f. Dissertação (Mestrado em Matemática), Universidade Federal de Goiás (UFG), Goiânia – GO, 2014. Disponível em: <<https://repositorio.bc.ufg.br/tede/bitstream/tede/3876/2/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20-%20Helen%20K%C3%A1ssia%20Coelho%20Gontijo%20-%202014.pdf>>. Acesso em: 16 jan. 2016.

ALMEIDA, T. C. S; SILVA, M. J. F; SALAZAR, J. V. F. Os sólidos arquimedianos em ambiente de Geometria Dinâmica. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 13, 2011, Recife. *Anais...* Recife: 2011. Disponível em: <<http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/XIIICIAEM/artigos/1470.pdf>>. Acesso em: 15 jan. 2016

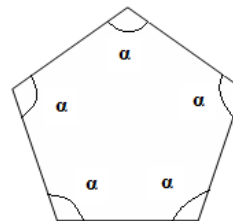
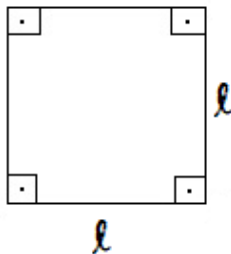
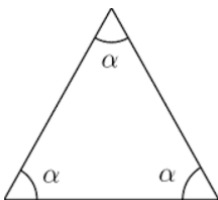
APÊNDICE B – Questionário I: Perfil dos estudantes

1. Idade: _____
2. Sexo: () feminino () masculino
3. Você tem computador em casa? () sim () não
4. Você acessa a internet? () sim () não
5. Se a resposta da pergunta anterior for SIM, onde você acessa à internet?
 () em casa; () na casa de amigos; () na casa de familiares
 () em lan house; () na escola
6. Se a resposta da pergunta nº 6 for SIM, com que frequência você acessa a internet?
 () diariamente; () finais de semana; () raramente;
 () nunca; () algumas vezes por semana
7. Você frequentou o Ensino Fundamental:
 () todo em escola pública () maior parte em escola particular
 () maior parte em escola pública () todo em escola particular
8. A escola em que você estudava anteriormente possuía laboratório de informática?
 () sim () não
9. Se a resposta da pergunta anterior for SIM, qual a frequência que você utilizava o laboratório de informática?
 () nunca () quase nunca () as vezes () quase sempre () sempre
10. Seu professor de Matemática utilizava recursos tecnológicos (calculadora, *softwares* educacionais, projetor multimídia, etc) para o ensino dos conteúdos de Geometria?
 () nunca () quase nunca () as vezes () quase sempre () sempre
11. Seu professor de Matemática utilizava o laboratório de informática para o ensino de Geometria?
 () nunca () quase nunca () as vezes () quase sempre () sempre
12. Estudar Geometria é importante para você? () sim () não
13. Em relação ao ensino e aprendizagem de Matemática em sala de aula:
 () sempre entende o conteúdo () nunca entende o conteúdo
 () quase sempre entende o conteúdo () quase nunca entende o conteúdo
14. Quanto a sua atenção nas aulas de Matemática em sala de aula, você considera que:
 () sempre presta atenção nas aulas () não consegue prestar atenção
 () na maioria das vezes se distrai () presta atenção na maioria das vezes
15. O que você ouve as pessoas falarem a respeito de estudar Geometria na escola?
 () atrativo () chato () difícil () fácil
 () necessário () perda de tempo () nunca pensei nisso

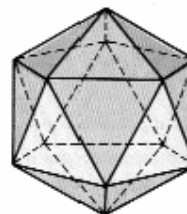
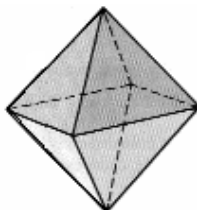
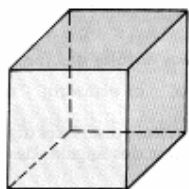
APÊNDICE C – Atividade diagnóstica de Geometria

1. Você sabe diferenciar as formas bidimensionais das formas tridimensionais? Explique.

2. Identifique a nomenclatura dos polígonos abaixo:



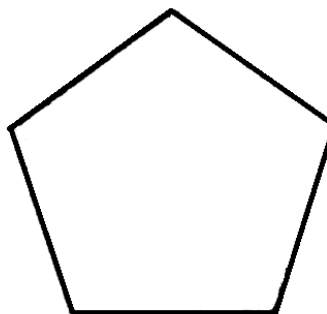
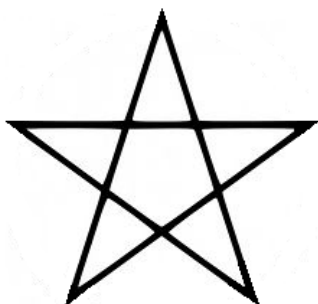
3. Identifique a nomenclatura dos poliedros abaixo:



4. Num poliedro regular, o número de faces é 8 e o número de arestas é 12. Qual é o número de vértices e a nomenclatura desse poliedro? (Relação de Euler: $V - A + F = 2$)

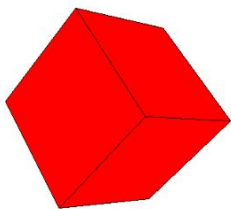
5. Você aprendeu utilizar régua e compasso para realizar construções geométricas?

6. Qual o polígono resultante da ligação dos vértices não adjacentes da estrela abaixo? O que é possível observar se a construção da estrela for feita a partir do polígono?



APÊNDICE D – Atividade de Poliedros Regulares

1. Determine o número de faces, vértices e arestas dos Poliedros Platônicos listados abaixo. Estabeleça uma estratégia de contagem e descreva-a.

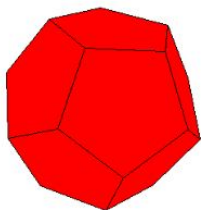


Nomenclatura:

Nº Faces:

Nº Vértices:

Nº Arestas:

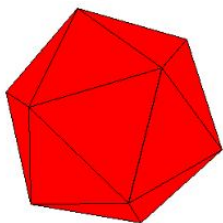


Nomenclatura:

Nº Faces:

Nº Vértices:

Nº Arestas:



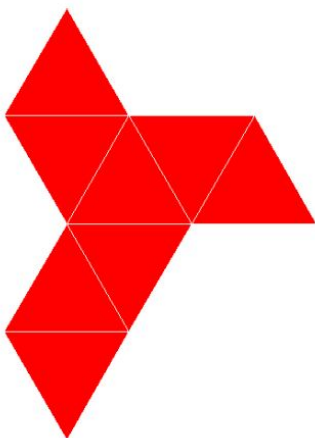
Nomenclatura:

Nº Faces:

Nº Vértices:

Nº Arestas:

2. A figura planificada representa um Poliedro Platônico.



Qual a nomenclatura deste poliedro?

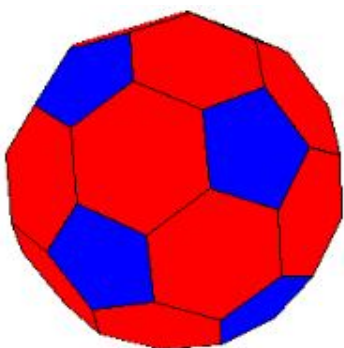
Quantos vértices e arestas têm este poliedro?

3. Num poliedro convexo, o número de arestas excede o número de vértices em 2 unidades. Calcule o número de faces. Qual o nome deste poliedro?

4. O dual de cada sólido platônico está no seu interior. Qual é o dual dos seguintes Poliedros Platônicos:

Sólido	Dual
Cubo	
Dodecaedro	
Icosaedro	

5. A bola de futebol corresponde a um Poliedro Platônico com a combinação de uma operação de dualidade ou truncamento. Qual Poliedro Platônico e qual operação este sofre para se chegar a estrutura da bola de futebol? Explique, com suas palavras, a operação.



6. Você observou alguma relação entre os duais dos Poliedros Platônicos? Descreva sua observação.

APÊNDICE E – Questionário II: Sobre a sequência didática

1. Você considera que o processo de ensino foi dinâmico e interativo?
(☐) Não (☐) Sim, pouco (☐) Sim, regular (☐) Sim, muito
2. Para você, o uso do *software* foi importante para a aprendizagem dos conceitos estudados? (☐) Pouco (☐) Regular (☐) Muito
3. Você se sentiu a vontade para utilizar o computador durante a aula?
(☐) Não (☐) Sim, pouco (☐) Sim, regular (☐) Sim, muito
4. Você teve dificuldade em explorar o *software*? (☐) Pouca (☐) Regular (☐) Muita
5. Compartilhar a exploração do computador e do *software* com um colega dificultou sua aprendizagem? (☐) Não (☐) Sim, pouco (☐) Sim, regular (☐) Sim, muito
6. Você pediria aos seus professores para utilizarem *softwares* de Geometria Dinâmica nas aulas de Geometria?
(☐) nunca (☐) quase nunca (☐) as vezes (☐) quase sempre (☐) sempre
7. Você considera que aprendeu o conteúdo estudado?
(☐) Sim (☐) Parcialmente (☐) Não

APÊNDICE F – Questionário III: Sobre a utilização da *Pletora de Poliedros* para o estudo de Poliedros Regulares

1. Qual sua opinião sobre a utilização do *software Uma Pletora de Poliedros* para o estudo de Poliedros Regulares?

2. Qual sua opinião sobre os recursos disponíveis na *Pletora de Poliedros*?
